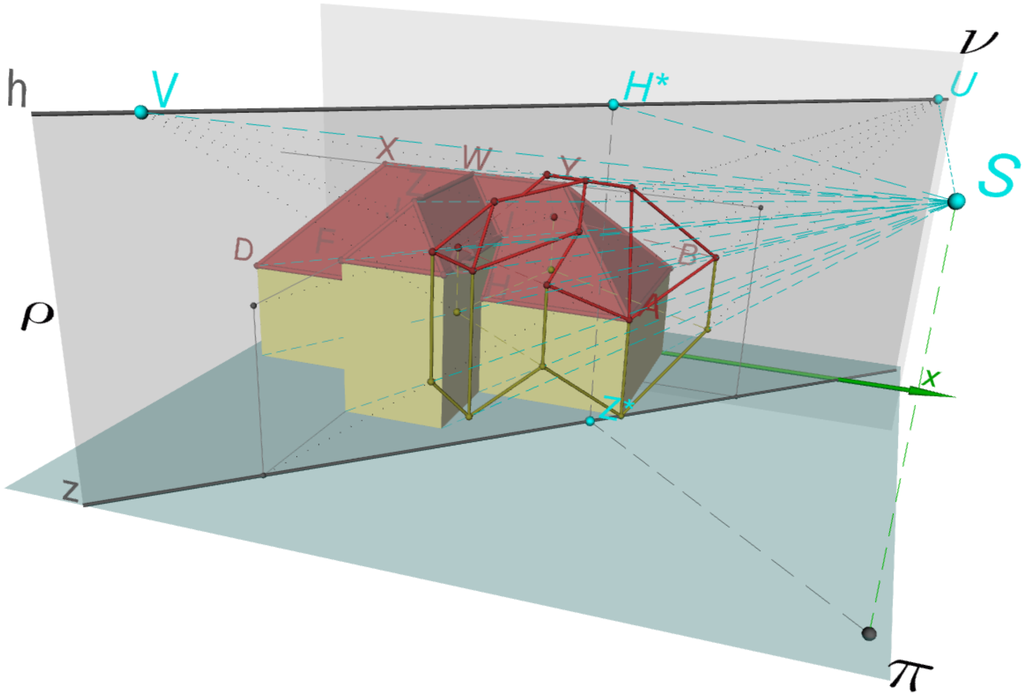
Teoretické řešení střech

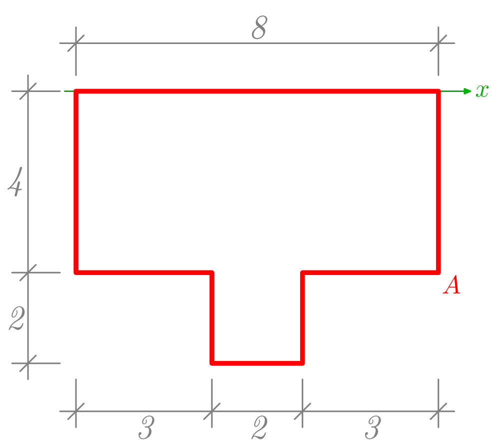
Zastřešení daného půdorysu s hřebeny ve stejné výši – vázaná nárožní perspektiva

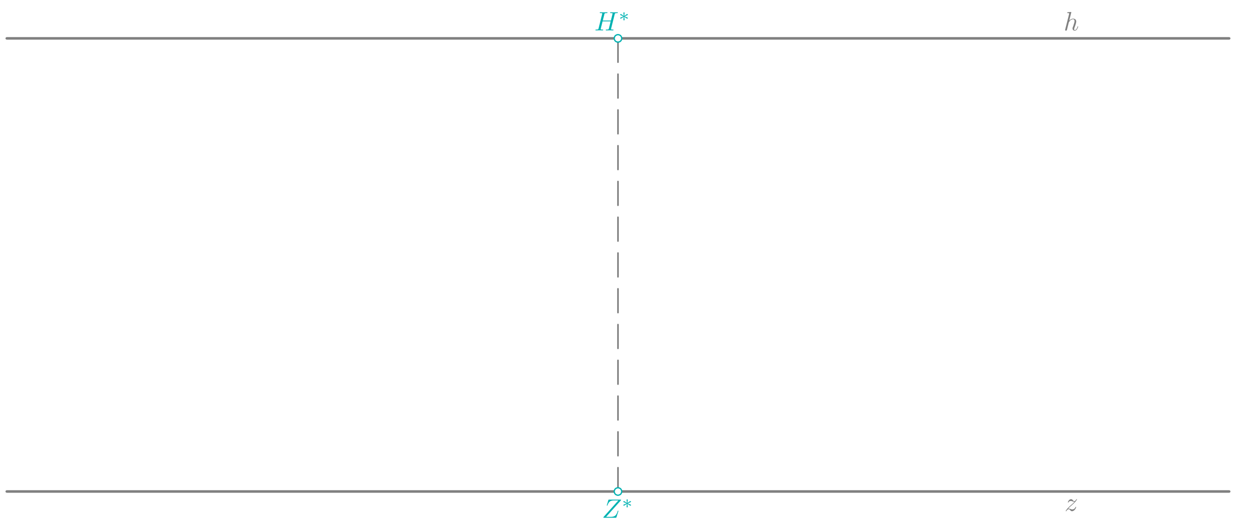


Řešené úlohy

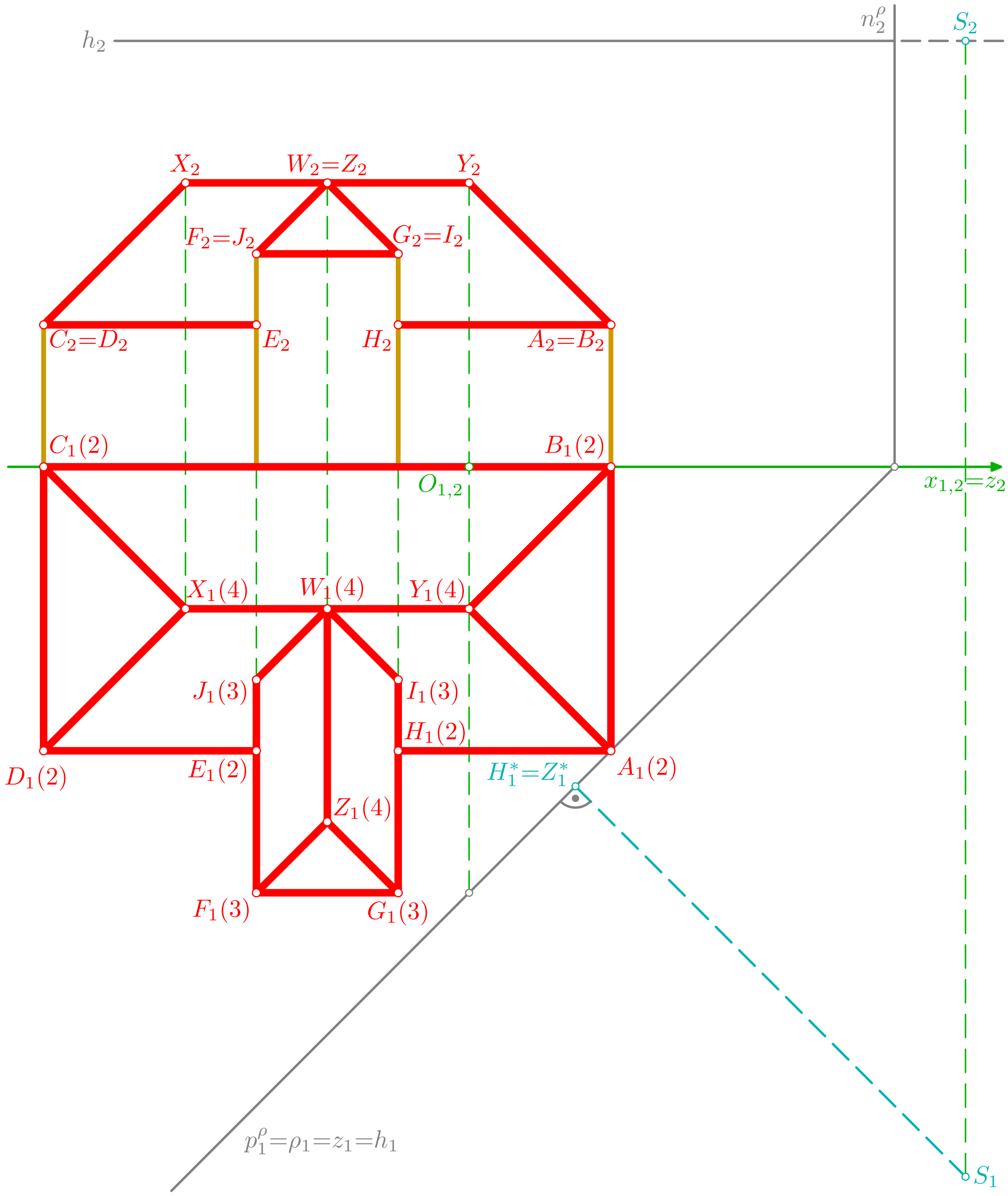
Příklad: V nárožní perspektivě vázané na Mongeovo promítání zobrazte úhlovou střechu nad daným půdorysem; střešní roviny mají spád 1 : 1, hřebeny jsou ve stejné výši, jeden roh je v bodě $A[2;4;2]$; perspektiva je určena průmětnou $\rho(6;6;\infty)$ a okem $S[7;10;6]$; kóty a souřadnice jsou uvedeny v metrech, pro zobrazení užijte měřítko $M1:100$. (Počátek O Mongeova promítání zvolte 20 cm zdola; hlavní bod H^* perspektivního obrázku zvolte 8 cm zdola.)

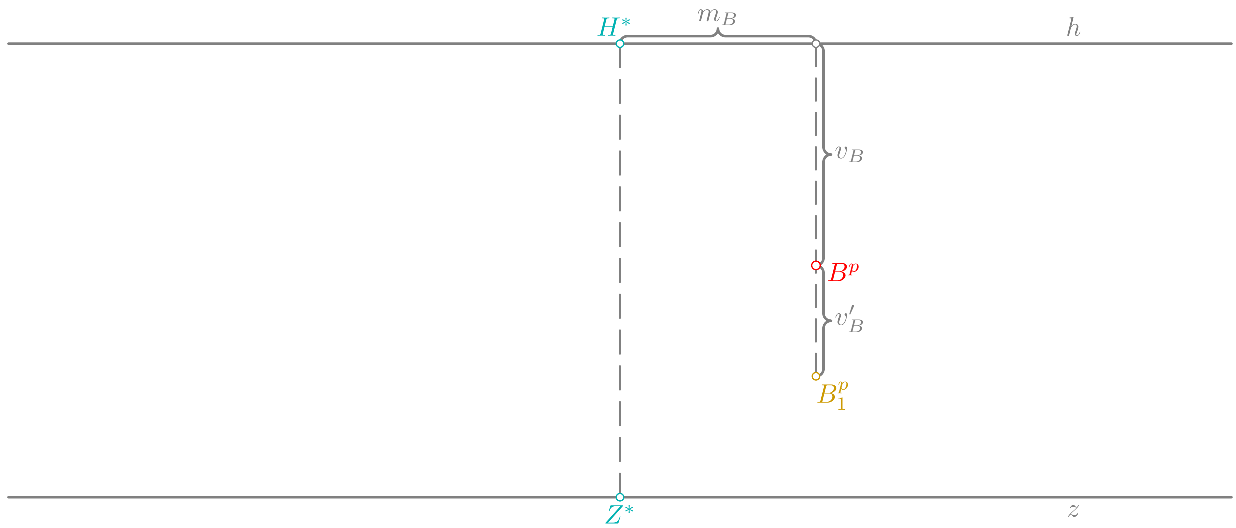
náčrt:



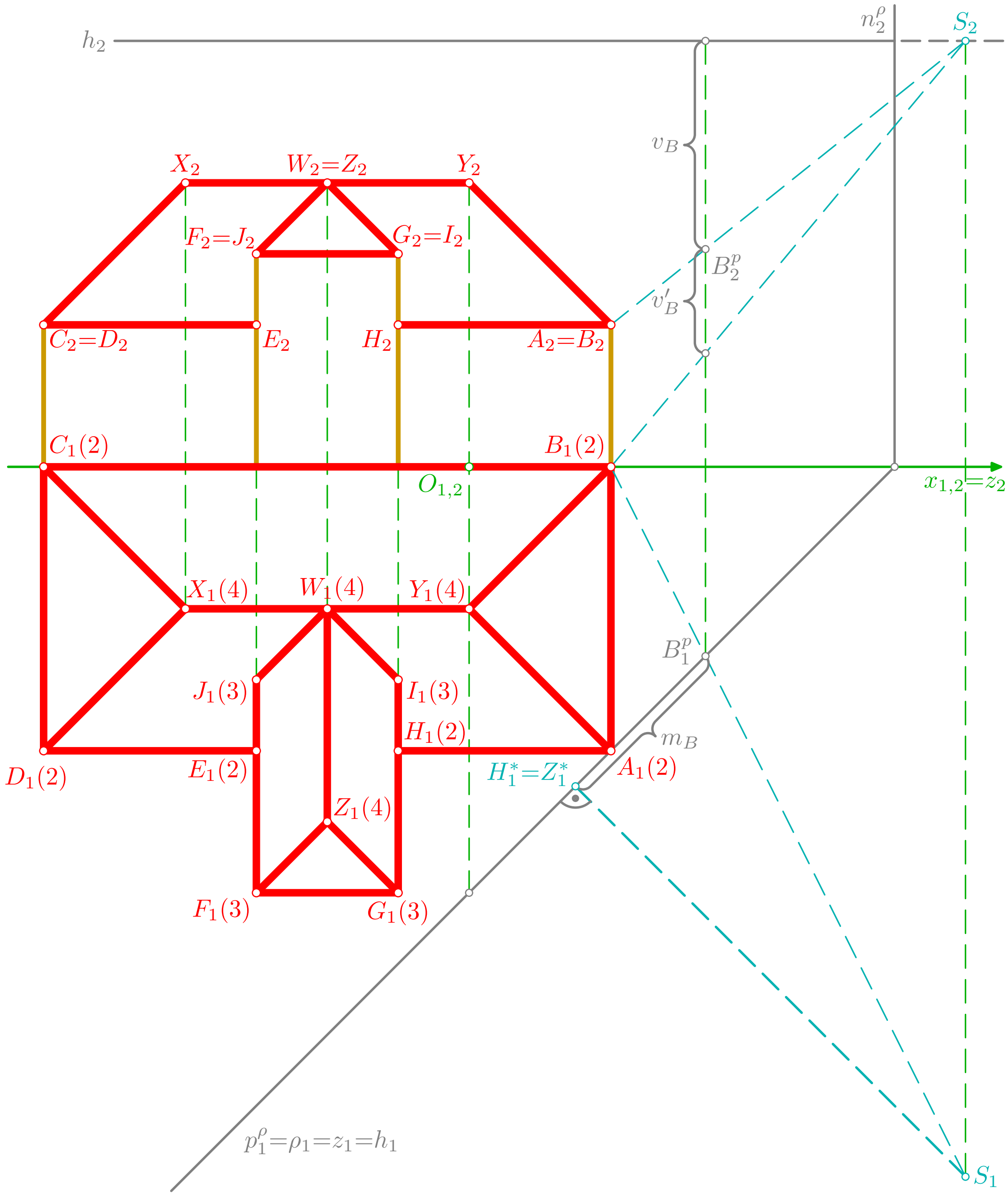


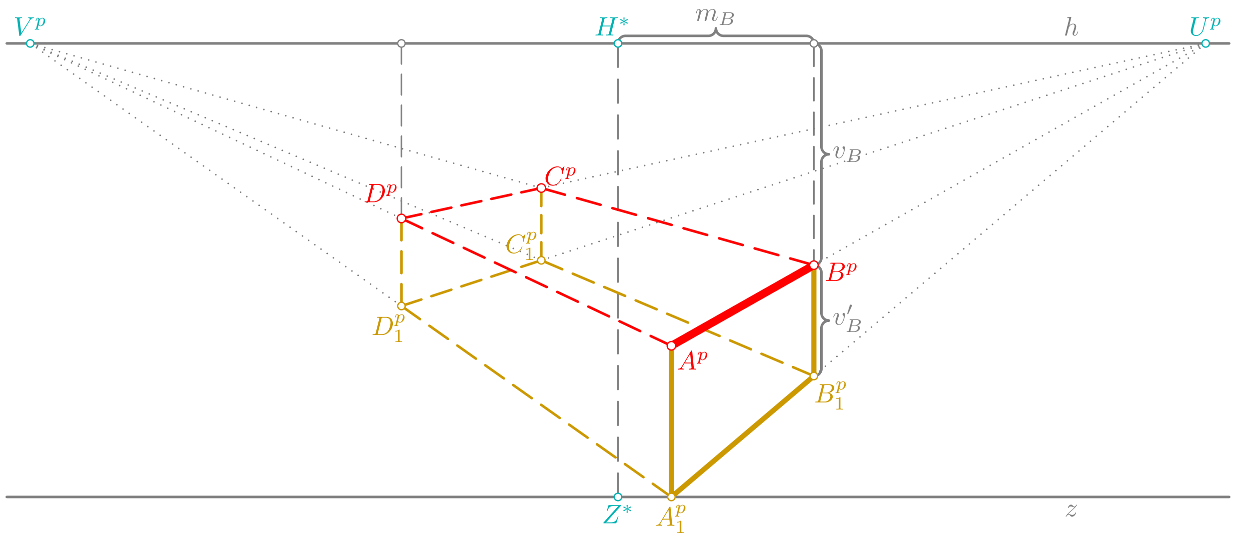
- v přidruženém Mongeově promítání (obrázek na další stránce) sestrojme podle náčrtu půdorys okapu a jeho jednotlivé vrcholy označme $A, B, \ldots, G, H$; nad hlavní budovou sestrojme obyčejnou valbovou střechu – její okapový obdélník $ABCD$ leží ve výšce $z_A = 2$ a při spádu 1 : 1 je hřeben XY ve výšce $z_X = z_Y = z_A + \frac{|AB|}{2} = 2 + \frac{4}{2} = 4$; hřeben nad vstupní částí má být podle zadání ve stejné výši jako hlavní hřeben XY; oba hřebeny se tak protnou v bodě W, který je středem úsečky XY, a druhý konec hřebene nad vstupem je v bodě Z, z něhož pokračují nároží do bodů F a G; tento okap FG ale musí být při daném spádu ve výšce $z_F = z_G = z_Z - \frac{|FG|}{2} = 4 - 1 = 3$; a v této zvednuté výšce pokračují po obou stranách vstupu okapy až do bodů I a J, do kterých spadají také úžlabí vedená z průsečíku W obou hřebenů; body E a H zůstávají ve výšce $z_A = 2$ základního okapu, zvýšený okap je pouze u vstupní části (v praxi by zde mohlo být schodiště do druhého patra); pomocí ordinál a označených kót doplníme nárys objektu i s vyřešenou střechou; podle zadání připojme stopy perspektivní průmětny $\rho \perp \pi$, pro niž je $p_1^\rho = \rho_1$ (zde vychází $A_1 \in \rho_1$) a $n_2^\rho \perp x_{1,2}$, a sdružené průměty S_1, S_2 oka S; pravoúhlým průmětem oka S do roviny ρ je hlavní bod H^*, podobně se stanoviště S_1 promítne do základního bodu Z^* – v půdoryse je $H_1^* = Z_1^*$ a zachová se $H_1^* S_1 \perp \rho_1$; základním bodem Z^* jde v ρ základnice $z = p^\rho$ ($z_1 = \rho_1$ a $z_2 = x_{1,2}$) a hlavním bodem H^* prochází horizont $h \parallel z$ ($h_1 = z_1$, $h_2 \parallel z_2$ a $S_2 \in h_2$); a konečně začněme kreslit i perspektivní obrázek (nad tímto textem), který nám vzniká v rovině ρ – zatím sestrojme pouze horizont h, hlavní bod $H^* \in h$, hlavní vertikálu $H^*Z^* \perp h$ (kde $|H^*Z^*| = z_S = 6$ je výška perspektivy), a základním bodem Z^* doplňme základnici $z \parallel h$


h_2
n_2^ρ
S_2
X_2
$W_2{=}Z_2$
Y_2
$F_2{=}J_2$
$G_2{=}I_2$
$C_2{=}D_2$
E_2
H_2
$A_2{=}B_2$
$C_1(2)$
$B_1(2)$
$O_{1,2}$
$x_{1,2}{=}z_2$
$X_1(4)$
$W_1(4)$
$Y_1(4)$
$J_1(3)$
$I_1(3)$
$H_1(2)$
$D_1(2)$
$E_1(2)$
$H_1^*{=}Z_1^*$
$A_1(2)$
$Z_1(4)$
$F_1(3)$
$G_1(3)$
$p_1^\rho{=}\rho_1{=}z_1{=}h_1$
S_1

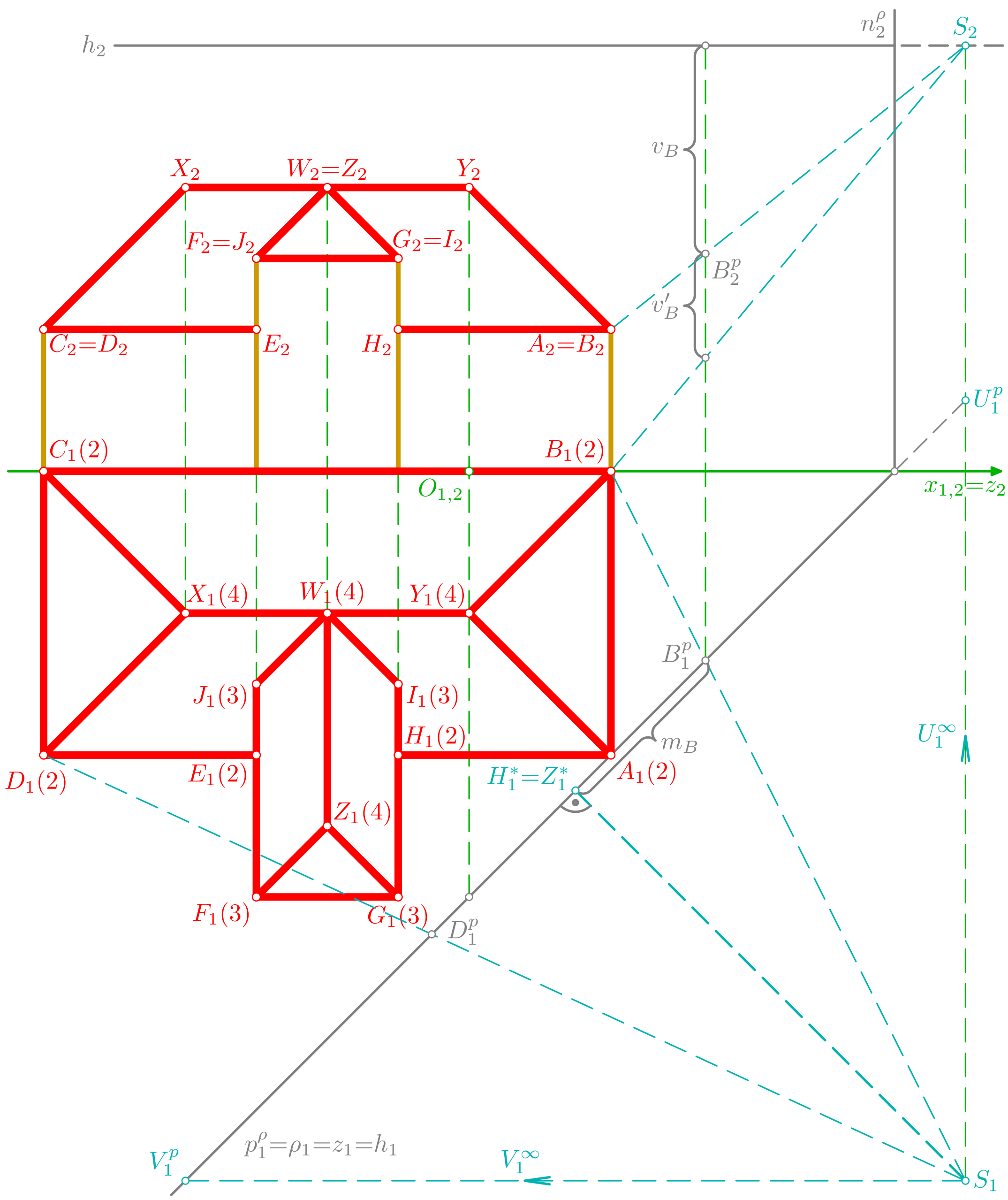


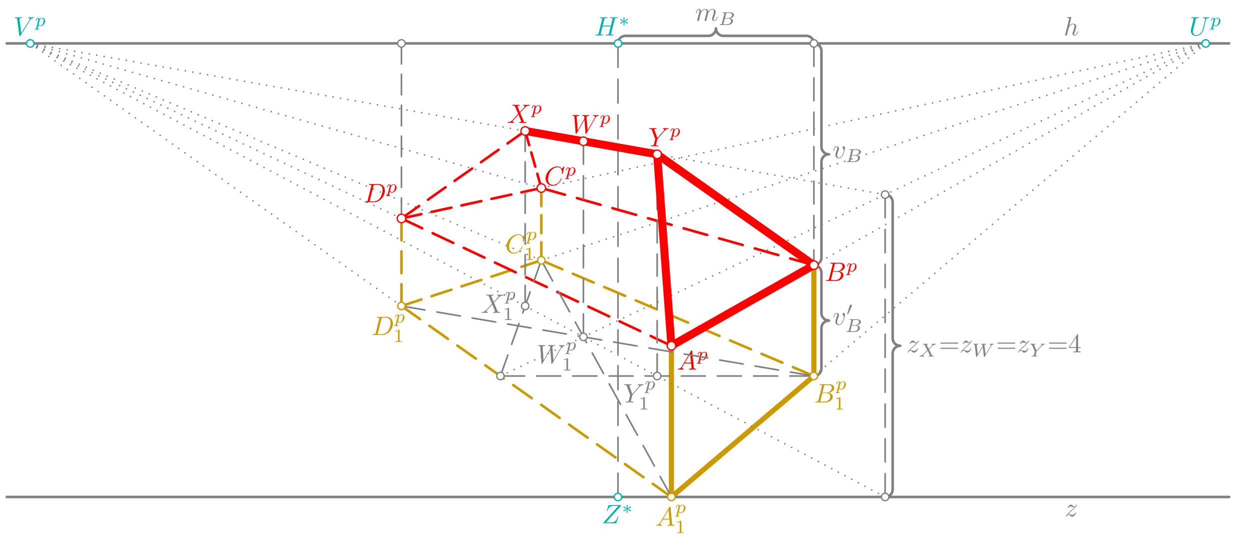
- nejprve sestrojme perspektivní průmět B^p bodu B pomocí tzv. **průsečné metody** (podobným způsobem postupoval i známý německý malíř Albrecht Dürer, který se na několika rytinách ztvárnil, jak přes skleněnou desku vytváří své perspektivní obrazy); perspektivním průmětem bodu B je vlastně průsečík B^p promítací přímky SB s perspektivní průmětnou ρ, v půdoryse je $B_1^p = S_1B_1 \cap \rho_1$, nárys B_2^p najdeme na přímce S_2B_2 a na ordinále (tyto konstrukce se zatím vztahují jen k obrázku přidruženého Mongeova promítání); tím máme bod B^p jednoznačně prostorově určen, mohli bychom např. zhruba určit jeho souřadnice; nás ovšem zajímá, jak jej přenést do perspektivního obrázku – proto zjistíme jeho vzdálenost m_B od hlavní vertikály H^*Z^* a výšku v_B pod horizontem h; první délku m_B vidíme ve skutečné velikosti v půdoryse, $m_B = |B_1^pH_1^*|$, druhou vzdálenost v_B najdeme ve skutečné délce v náryse, $v_B = |B_2^ph_2|$; tyto vzdálenosti přeneseme v příslušných směrech do perspektivního obrázku, délku m_B nanesme na horizont h od hlavního bodu H^* doprava (že to bude doprava, je vidět z půdorysu), a odtud jdeme o délku v_B svisle pod horizont – tím získáme perspektivní průmět B^p bodu B; analogicky doplňme také jeho perpektivní půdorys B_1^p: v náryse zjistíme, o kolik je níž pod horizontem h než bod B^p, a zjištěnou vzdálenost v'_B naneseme v perspektivním obrázku ještě pod bod B^p; stejným způsobem bychom mohli pokračovat dál, tato metoda je ovšem díky přenášení vzdáleností při ručním rýsování značně nepřesná, a proto se ji budeme snažit co nejvíc obcházet


h_2
n_2^ρ
S_2
v_B
X_2
$W_2{=}Z_2$
Y_2
$F_2{=}J_2$
$G_2{=}I_2$
B_2^p
v'_B
$C_2{=}D_2$
E_2
H_2
$A_2{=}B_2$
$C_1(2)$
$B_1(2)$
$O_{1,2}$
$x_{1,2}{=}z_2$
$X_1(4)$
$W_1(4)$
$Y_1(4)$
B_1^p
$J_1(3)$
$I_1(3)$
$H_1(2)$
m_B
$D_1(2)$
$E_1(2)$
$H_1^*{=}Z_1^*$
$A_1(2)$
$Z_1(4)$
$F_1(3)$
$G_1(3)$
$p_1^\rho{=}\rho_1{=}z_1{=}h_1$
S_1

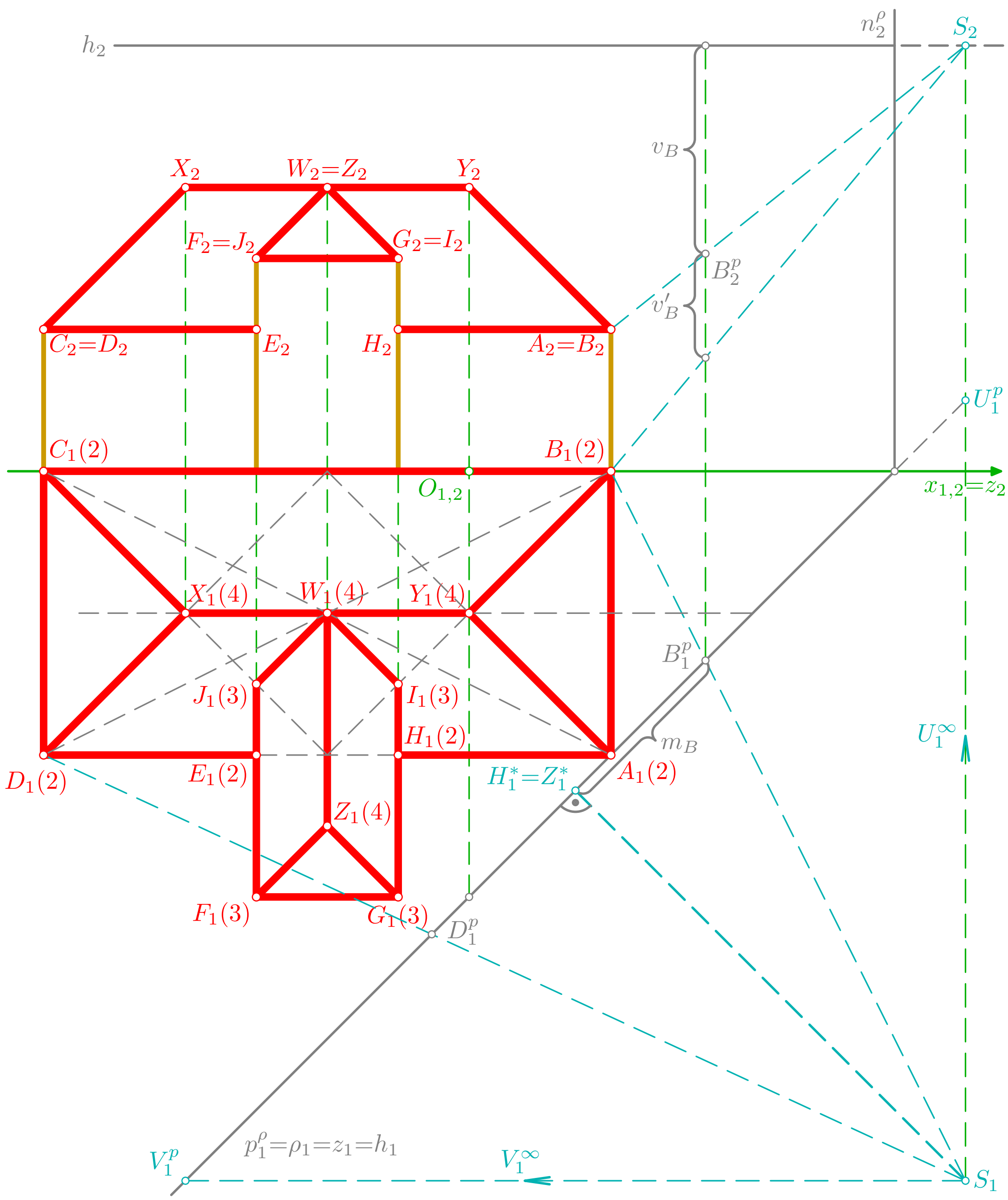


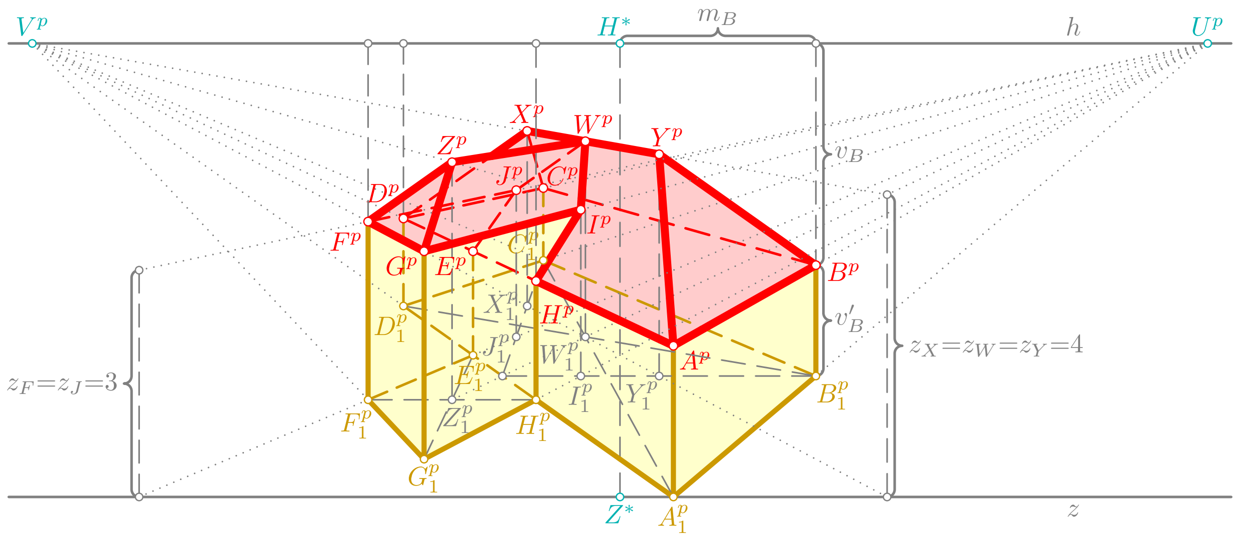
- pro další postup si nejprve nachystejme úběžníky hlavních vodorovných směrů objektu; přímka AB má nevlastní bod U^∞ a rovnoběžka s tímto směrem vedená okem S protíná perspektivní průmětnu ρ na horizontu h v úběžníku U^p; jeho vzdálenost od hlavního bodu H^* zjistěme ve skutečné délce v půdoryse, kde je $U_1^p = S_1S_2 \cap \rho_1$ a $|U^pH^*|=|U_1^pH_1^*|$, a přenesme ji do perspektivního obrázku na horizont h vpravo od hlavní bodu H^*; stejným způsobem na horizontu sestrojíme úběžník V^p druhého hlavního vodorovného směru V^∞, s nímž je rovnoběžná třeba přímka AD (díky speciálnímu zadání roviny ρ vzhledem k oběma směrům U^∞, V^∞ platí $|U^pH^*| = |V^pH^*|$); nyní přikročme ke konstrukcím pespektivních průmětů rohů A, D, C (včetně příslušných půdorysů A_1, D_1, C_1); roh A leží podle zadání přímo v rovině ρ a jeho půdorys A_1 tedy leží na základnici z, což se v perspektivním obrázku zachová, $A_1^p = B_1^pU^p \perp z$; a perspektivní průmět A^p (který vlastně splývá s bodem A) leží na přímce B^pU^p a na rovnoběžce s hlavní vertikálou vedené bodem A_1^p (mělo by nám tedy vyjít, že se zachová $|A^pA_1^p| = |AA_1| = z_A = 2$); přímky AD, A_1D_1 patří směru V^∞ a jejich perspektivní průměty se budou ubíhat do bodu V^p; vzdálenost bodů D^p, D_1^p od hlavní vertikály určíme pomocí první poloviny průsečné metody: v půdoryse najdeme průsečík $D_1^p = S_1D_1 \cap \rho_1$ a vzdálenost $|D_1^pH_1^*|$ naneseme nalevo od hlavního bodu H^* v perspektivě; perspektivní průměty bodu C i jeho půdorysu C_1 najdeme již bez přidruženého Mongeova promítání jen pomocí úběžníků: platí $C^p = B^pV^p \cap D^pU^p$, $C_1^p = B_1^pV^p \cap D_1^pU^p$ a přitom by mělo ještě vyjít $C^pC_1^p \parallel H^*Z^*$; tím máme perspektivní průmět obdélníka $ABCD$ i jeho půdorysu $A_1B_1C_1D_1$


h_2
n_2^ρ
S_2
X_2
$W_2=Z_2$
Y_2
v_B
$F_2=J_2$
$G_2=I_2$
B_2^p
v_B'
$C_2=D_2$
E_2
H_2
$A_2=B_2$
U_1^p
$C_1(2)$
$B_1(2)$
$O_{1,2}$
$x_{1,2}=z_2$
$X_1(4)$
$W_1(4)$
$Y_1(4)$
B_1^p
$J_1(3)$
$I_1(3)$
$H_1(2)$
U_1^∞
m_B
$D_1(2)$
$E_1(2)$
$H_1^*=Z_1^*$
$A_1(2)$
$Z_1(4)$
$F_1(3)$
$G_1(3)$
D_1^p
$p_1^\rho=\rho_1=z_1=h_1$
V_1^p
V_1^∞
S_1



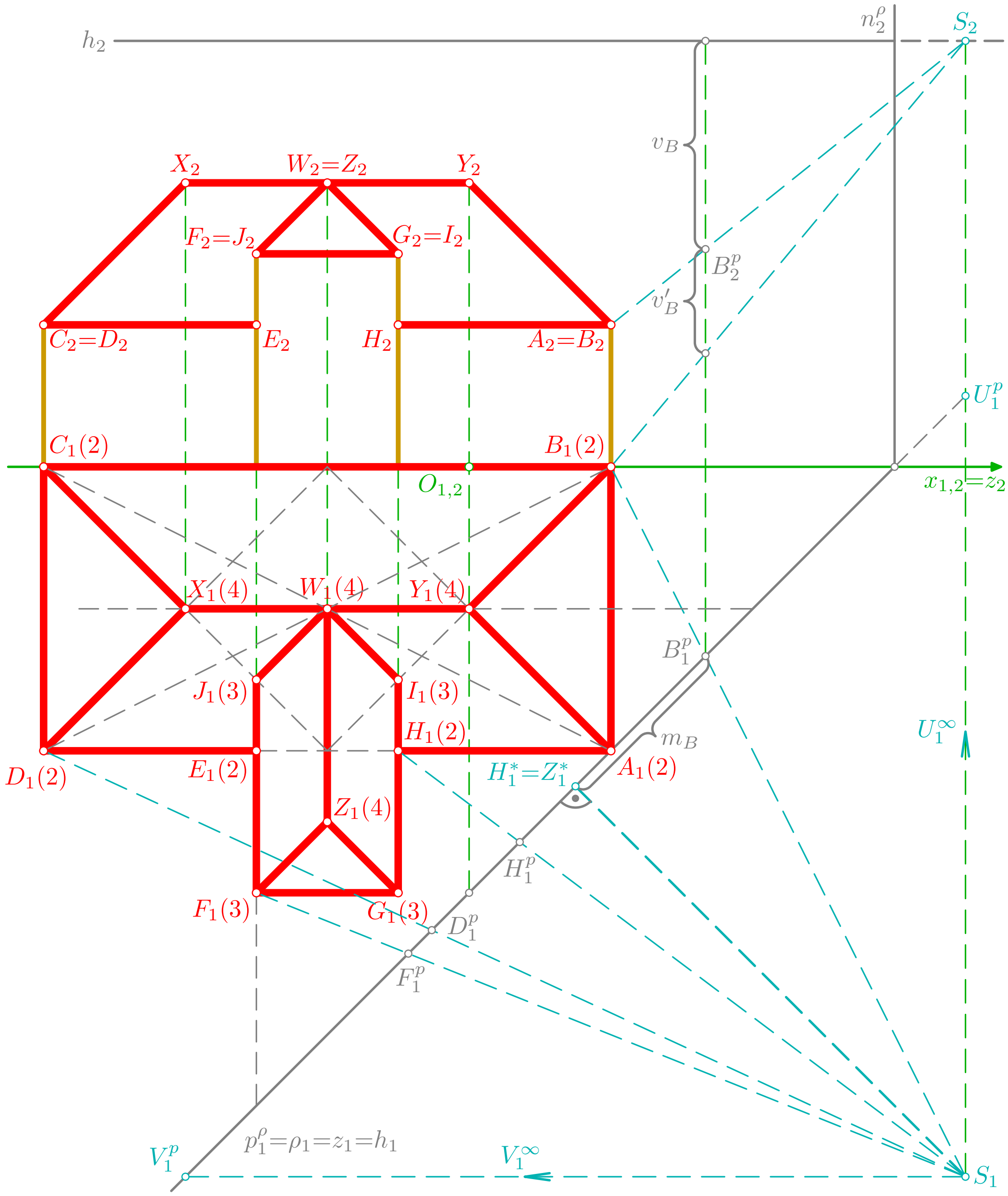
- při konstrukci perspektivního průmětu hlavního hřebene XY můžeme použít několik fint, díky kterým nebudeme vůbec potřebovat přidružené Mongeovo promítání – tak pojďme na to; půdorys W_1 středu W úsečky XY je středem obdélníka $A_1B_1C_1D_1$, a perspektivní průmět W_1^p proto můžeme sestrojit jako průsečík průmětů jeho úhlopříček, symbolicky $W_1^p = A_1^pC_1^p \cap B_1^pD_1^p$; průmět $W_1^pV^p$ té střední příčky, která je rovnoběžná se směrem V^∞, protáhněme až na základnici z, odtud zvedněme skutečnou výšku $z_W = 4$ hlavního hřebene a pošleme ji zpět do úběžníku V^p; metodou vynášení výšek tak nad bodem W_1^p získáme perspektivní průmět W^p bodu W; druhá střední příčka rozdělí obdélník $A_1B_1C_1D_1$ na dva čtverce, v jejichž středech leží půdorysy X_1, Y_1 hřebenových vrcholů X, Y; tyto výhodné vztahy lze opět poměrně snadno realizovat přímo v perspektivním obrázku, konstrukce jsou snad dostatečně jasné a patrné z obrázku; máme tak sestrojen perspektivní obraz celé hlavní budovy, zbývá doplnit vstupní část


h_2
n_2^ρ
S_2
X_2
$W_2{=}Z_2$
Y_2
v_B
$F_2{=}J_2$
$G_2{=}I_2$
B_2^p
v_B'
$C_2{=}D_2$
E_2
H_2
$A_2{=}B_2$
U_1^p
$C_1(2)$
$B_1(2)$
$O_{1,2}$
$x_{1,2}{=}z_2$
$X_1(4)$
$W_1(4)$
$Y_1(4)$
B_1^p
$J_1(3)$
$I_1(3)$
U_1^∞
$H_1(2)$
m_B
$D_1(2)$
$E_1(2)$
$H_1^*{=}Z_1^*$
$A_1(2)$
$Z_1(4)$
$F_1(3)$
$G_1(3)$
D_1^p
$p_1^\rho{=}\rho_1{=}z_1{=}h_1$
V_1^p
V_1^∞
S_1



- posledně krok popišme jen stručně, neboť všechny použité metody již byly popsány v předchozím textu; pro perspektivy H^p, H_1^p musí platit $H^p \in A^pD^p$ a $H_1^p \in A_1^pD_1^p$, jejich vzdálenost od hlavní vertikály odečteme z půdorysu přidruženého Mongeova promítání; v půdoryse platí $F_1H_1 \parallel \rho_1$ a v perspektivě se zachová $F_1^pH_1^p \parallel z$, vzdálenost bodu F_1^p od hlavní vertikály opět odečteme z půdorysu pomocí první poloviny průsečné metody, perspektivu F^p rohu F doplníme metodou vynášení výšek; ostatní už lze sestrojit jen pomocí ubíhání a incidence (náležení), vše je zřejmé z obrázku; na závěr stačí správně vytáhnout viditelnost a kochat se vytvořeným dílem…

□



h_2
n_2^ρ
S_2
v_B
X_2
$W_2{=}Z_2$
Y_2
$F_2{=}J_2$
$G_2{=}I_2$
B_2^p
v_B'
$C_2{=}D_2$
E_2
H_2
$A_2{=}B_2$
U_1^p
$C_1(2)$
$B_1(2)$
$O_{1,2}$
$x_{1,2}{=}z_2$
$X_1(4)$
$W_1(4)$
$Y_1(4)$
B_1^p
$J_1(3)$
$I_1(3)$
$H_1(2)$
m_B
U_1^∞
$D_1(2)$
$E_1(2)$
$H_1^*{=}Z_1^*$
$A_1(2)$
$Z_1(4)$
H_1^p
$F_1(3)$
$G_1(3)$
D_1^p
F_1^p
$p_1^\rho{=}\rho_1{=}z_1{=}h_1$
V_1^p
V_1^∞
S_1