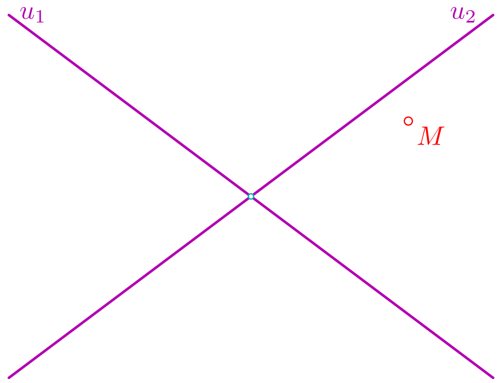
Další užitečné konstrukce hyperboly

V každé z následujících konstrukcí je hyperbola dána svými asymtotami u_1, u_2 a jedním obecným bodem M. Dá se ukázat, že je tímto způsobem jednoznačně určena.

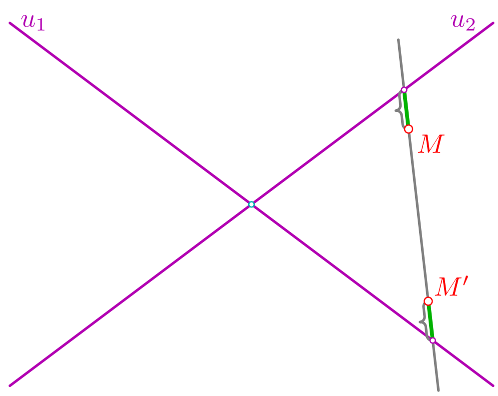


Řešené úlohy

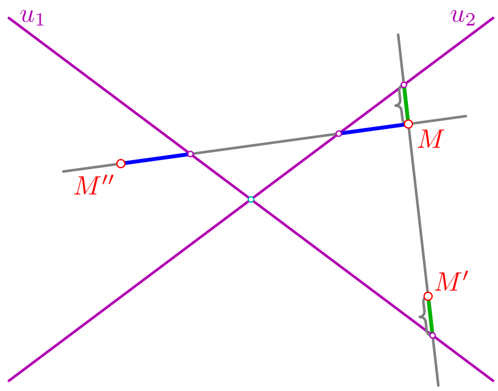
Konstrukce dalších bodů hyperboly

Příklad: Sestrojte několik dalších bodů dané hyperboly.

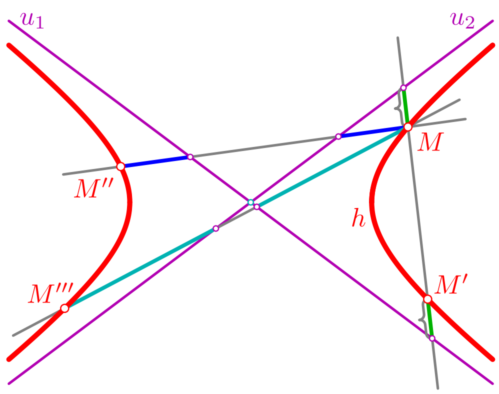
- další bod M' hyperboly lze sestrojit takto: bodem M veďme libovolnou přímku a určeme její průsečíky s oběma asymptotami; potom je vzdálenost bodu M' od průsečíku s asymptotou u_1 stejná jako vzdálenost bodu M od průsečíku s asymptotou u_2



- stejným způsobem lze sestrojit i bod M'' na druhé větvi hyperboly



- takto lze velice jednoduše získat dostatečný počet bodů pro lepší výsledné vyrýsování hyperboly h

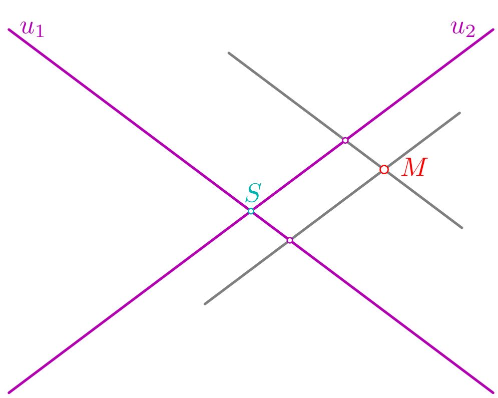


□

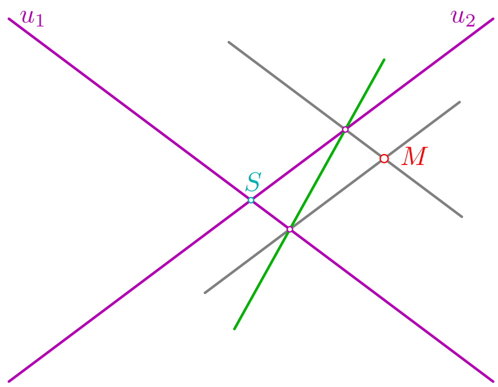
Konstrukce tečny v bodě hyperboly

Příklad: Sestrojte tečnu dané hyperboly v daném bodě M.

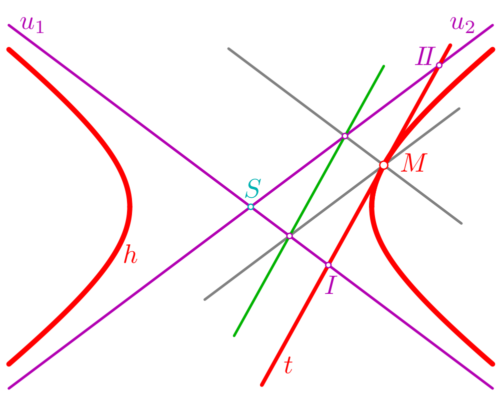
- bodem M veďme rovnoběžky s oběma asymptotami u_1, u_2



- sestrojme úhlopříčku vzniklého kosodélníka, která neprochází bodem M



- tečna t v bodě M hyperboly je pak s touto úhlopříčkou rovnoběžná. Ze stejnolehlosti o středu S plyne, že bod M je středem úsečky $I\,II$, kde body I, II jsou průsečíky tečny t s asymptotami u_1, u_2. Kdybychom tedy chtěli podle předchozí konstrukce na přímce t sestrojit další bod hyperboly, padne tento právě do bodu M, což znamená, že přímka t má s hyperbolou společný jeden dvojnásobný bod a je tudíž její tečnou v tomto bodě...

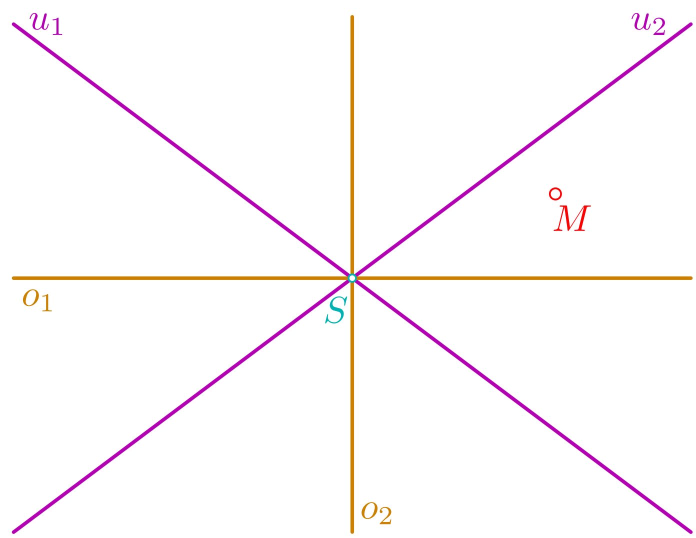


□

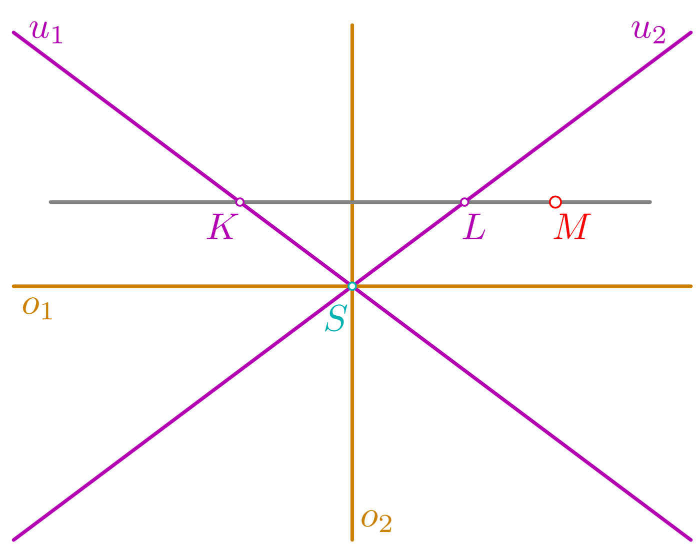
Konstrukce délky hlavní poloosy hyperboly

Příklad: Určete délku a hlavní poloosy dané hyperboly.

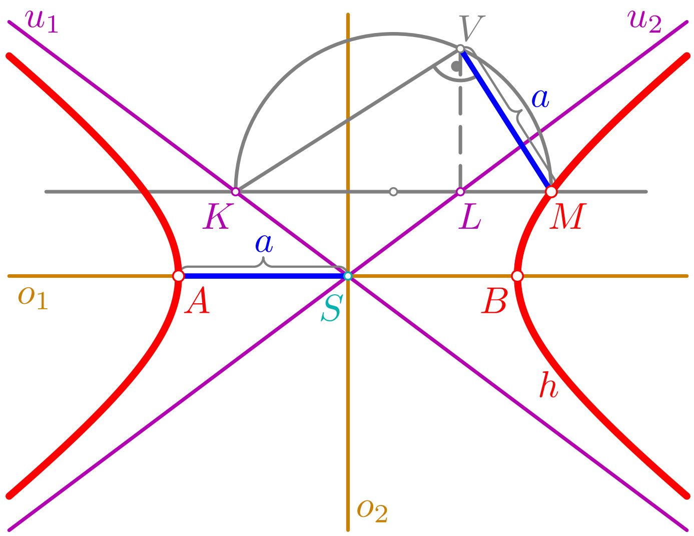
- průsečík S asymptot u_1, u_2 je současně středem hyperboly. Osa úhlu, který asymptoty svírají a v němž leží bod M, je hlavní osou o_1, kolmo k ní pak středem S prochází vedlejší osa o_2



- přímka rovnoběžná s hlavní osou o_1 a procházející bodem M protíná asymptoty u_1, u_2 po řadě v bodech K, L; dá se ukázat, že pro bod M hyperboly a takto sestrojené body K, L platí: $|KM| \cdot |LM| = a^2$, kde a je délka hlavní poloosy hyperboly



- délku a je pak možno kunstruktivně zjistit pomocí Eukleidovy věty o odvěsně: pomocí Thaletovy věty sestrojme pravoúhlý trojúhelník nad přeponou KM tak, aby výška jdoucí třetím vrcholem V procházela bodem L. Potom podle Eukleidovy věty o odvěsně pro délku úsečky VM platí $|KM| \cdot |LM| = |VM|^2$, a dle předchozího kroku je tudíž $a = |VM|$. Nyní již lze snadno sestrojit hlavní vrcholy A, B, ohniska hyperboly atd.



$\square$