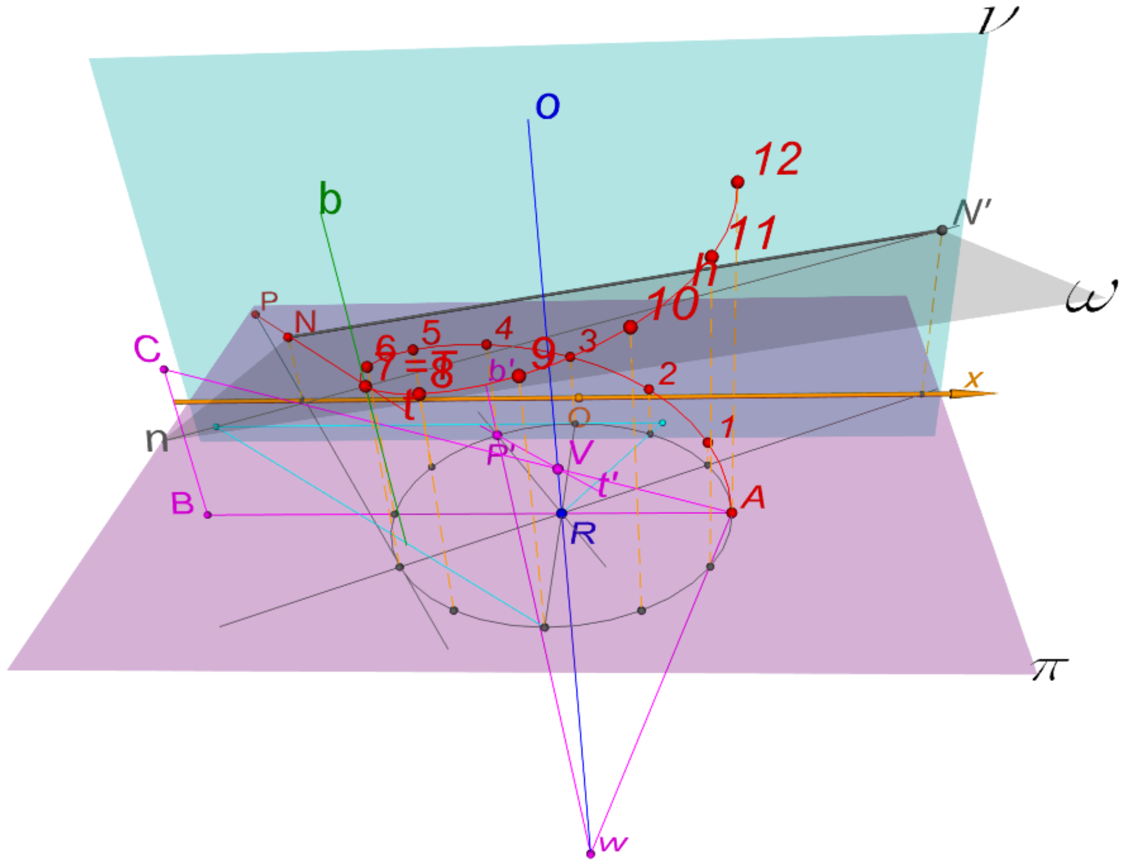
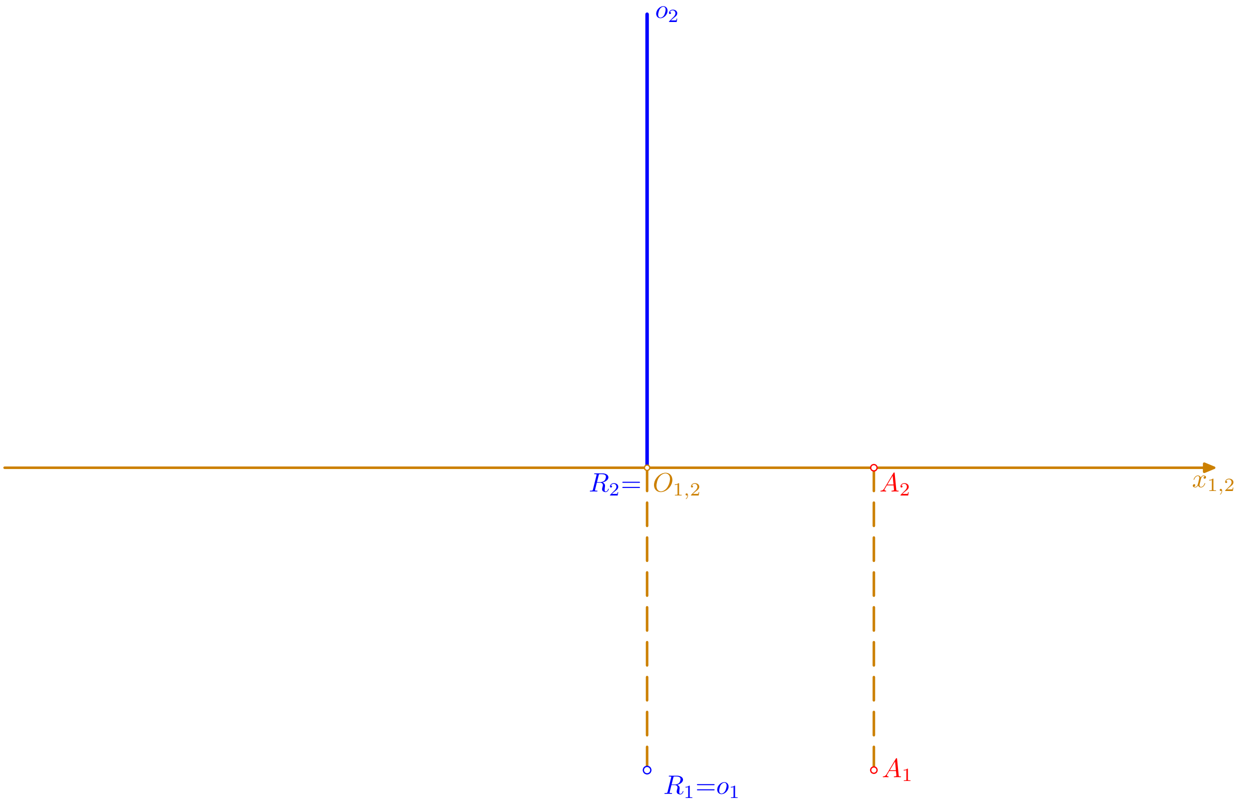
Šroubovice v Mongeově promítání

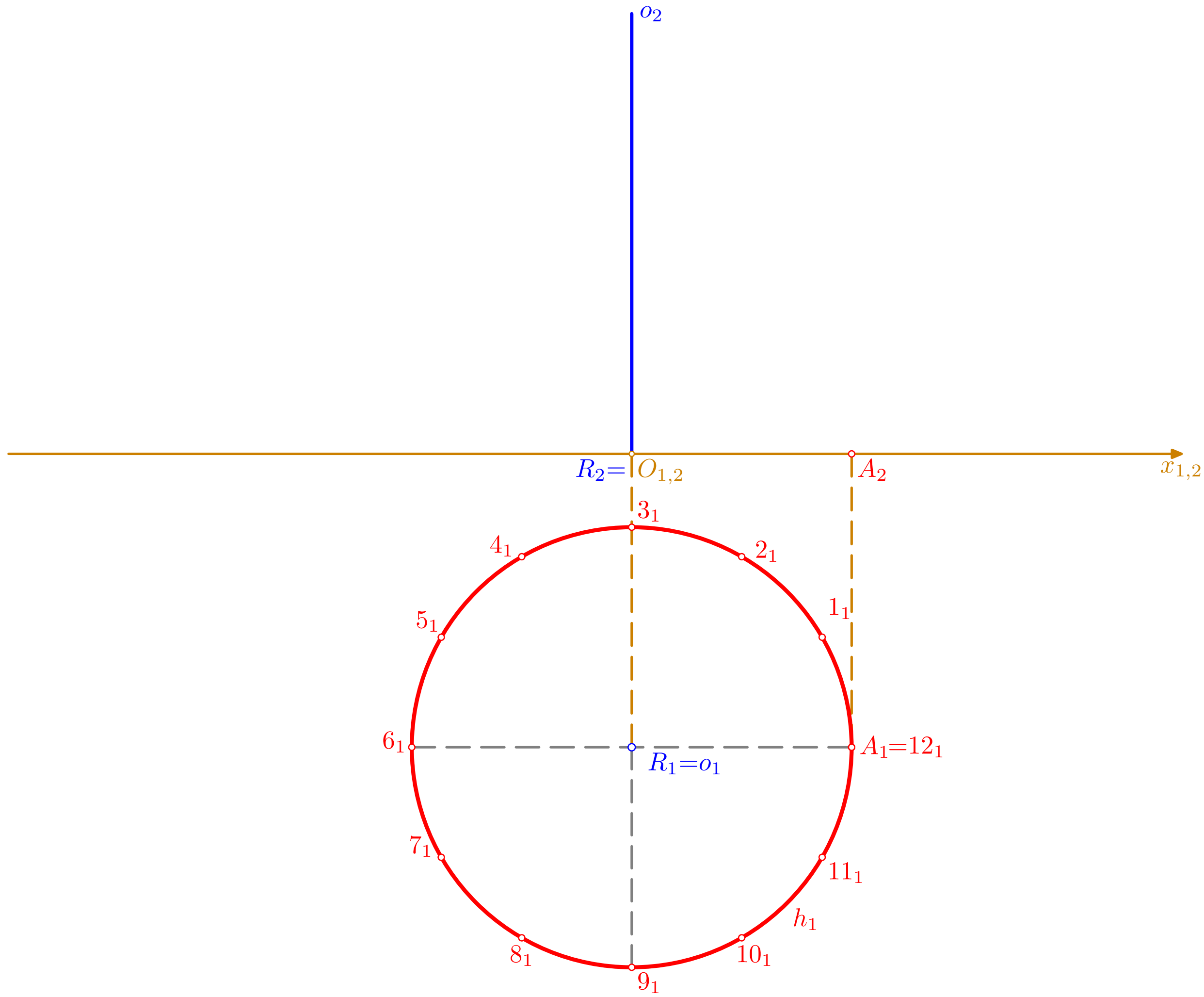


Řešené úlohy

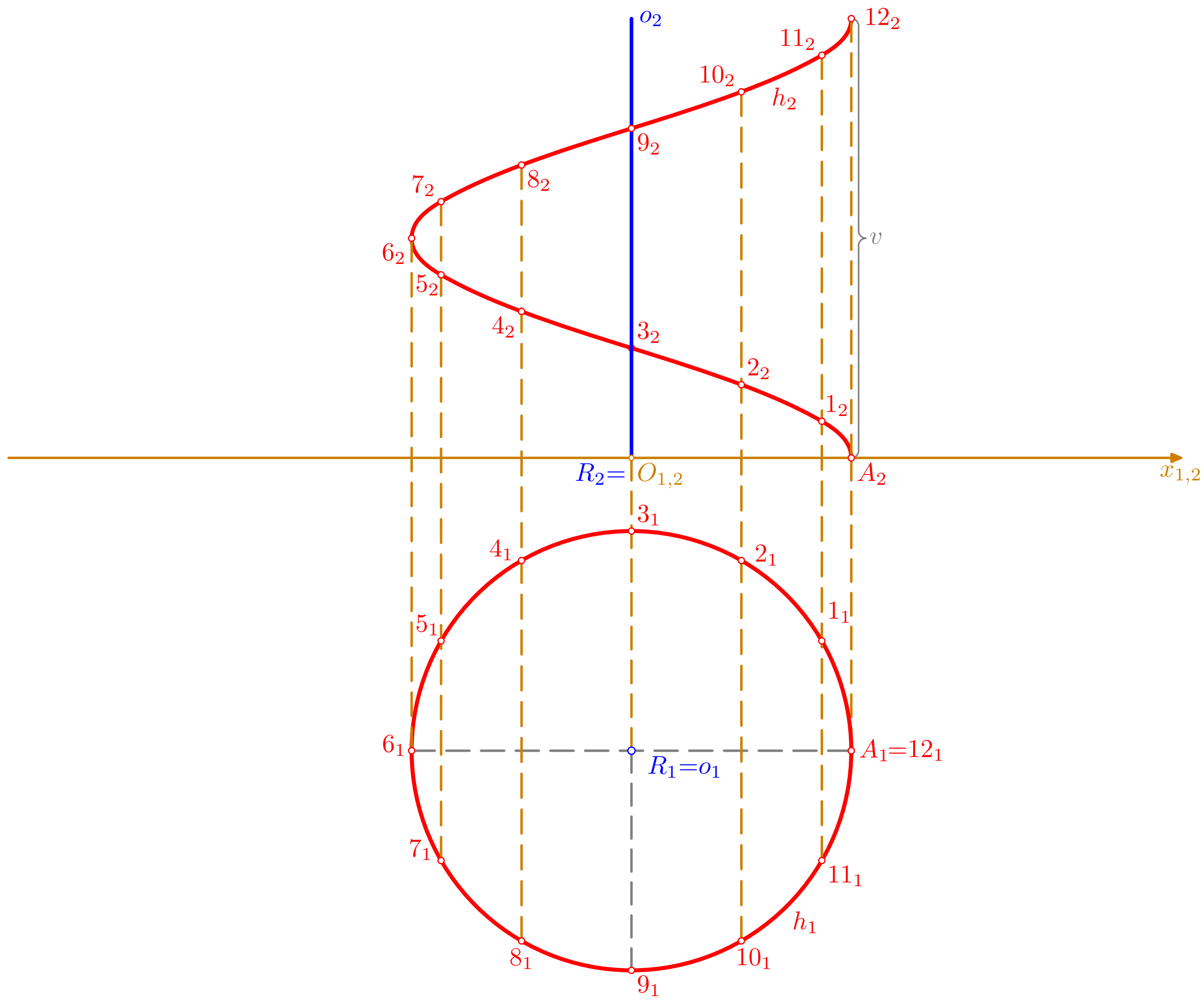
Příklad: V Mongeově promítání zobrazte jeden závit pravotočivé šroubovice h, která má osu $o \perp \pi, R \in o$, výšku v závitu a prochází bodem $A \in h$; v bodě T šroubovice doplňte doprovodný trojhran; $R[0;4;0], v = 6, A[3;4;0], T[?;?;3,5]$.



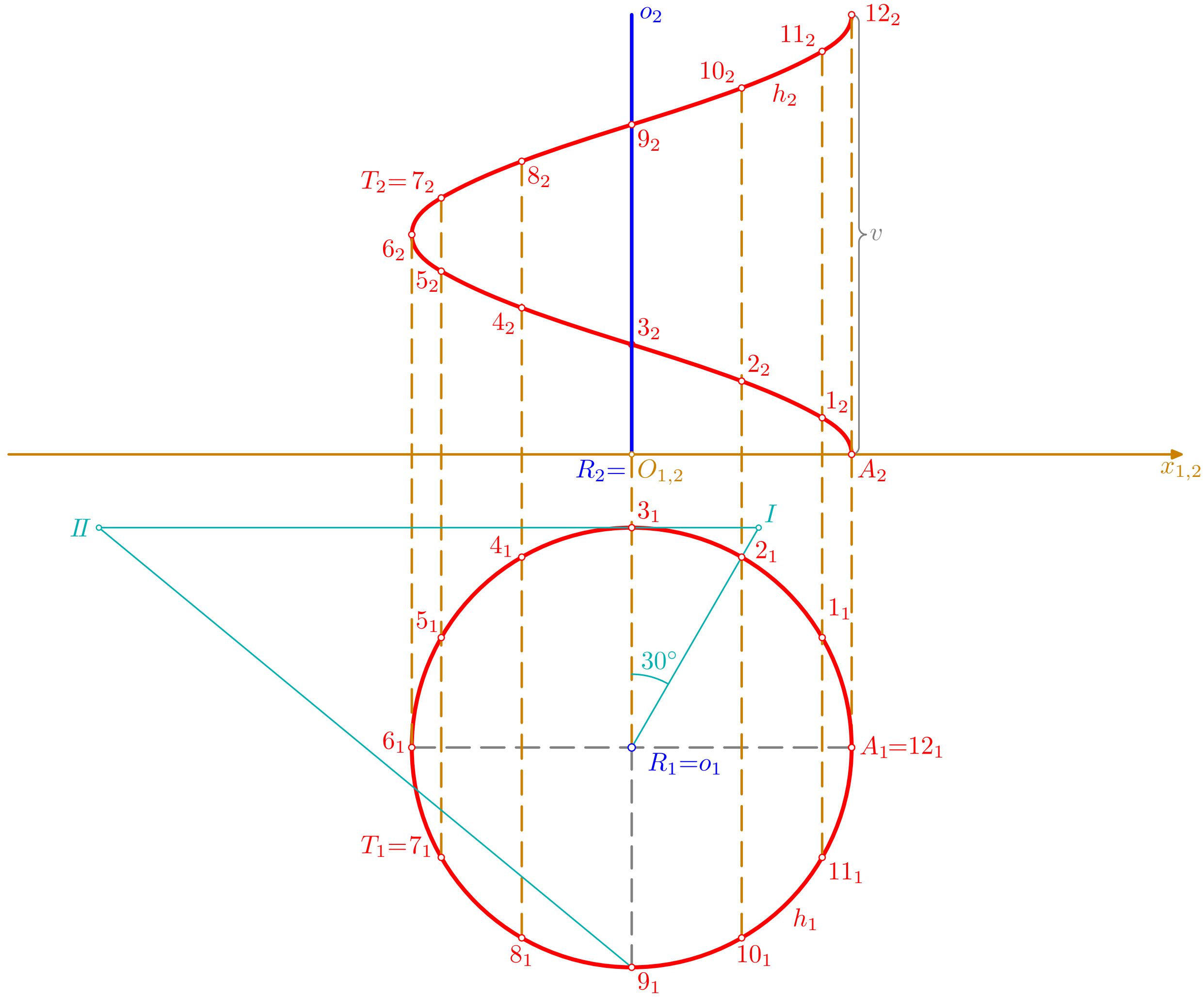
- podle zadání sestrojme sdružené průměty A_1, A_2 a R_1, R_2 (kde $R_2 = O_{1,2}$) bodů A, R; půdorysem osy $o \perp \pi, R \in o$, je bod $o_1 = R_1$, pro její nárys o_2 platí $o_2 \perp x_{1,2}$ a $R_2 \in o_2$



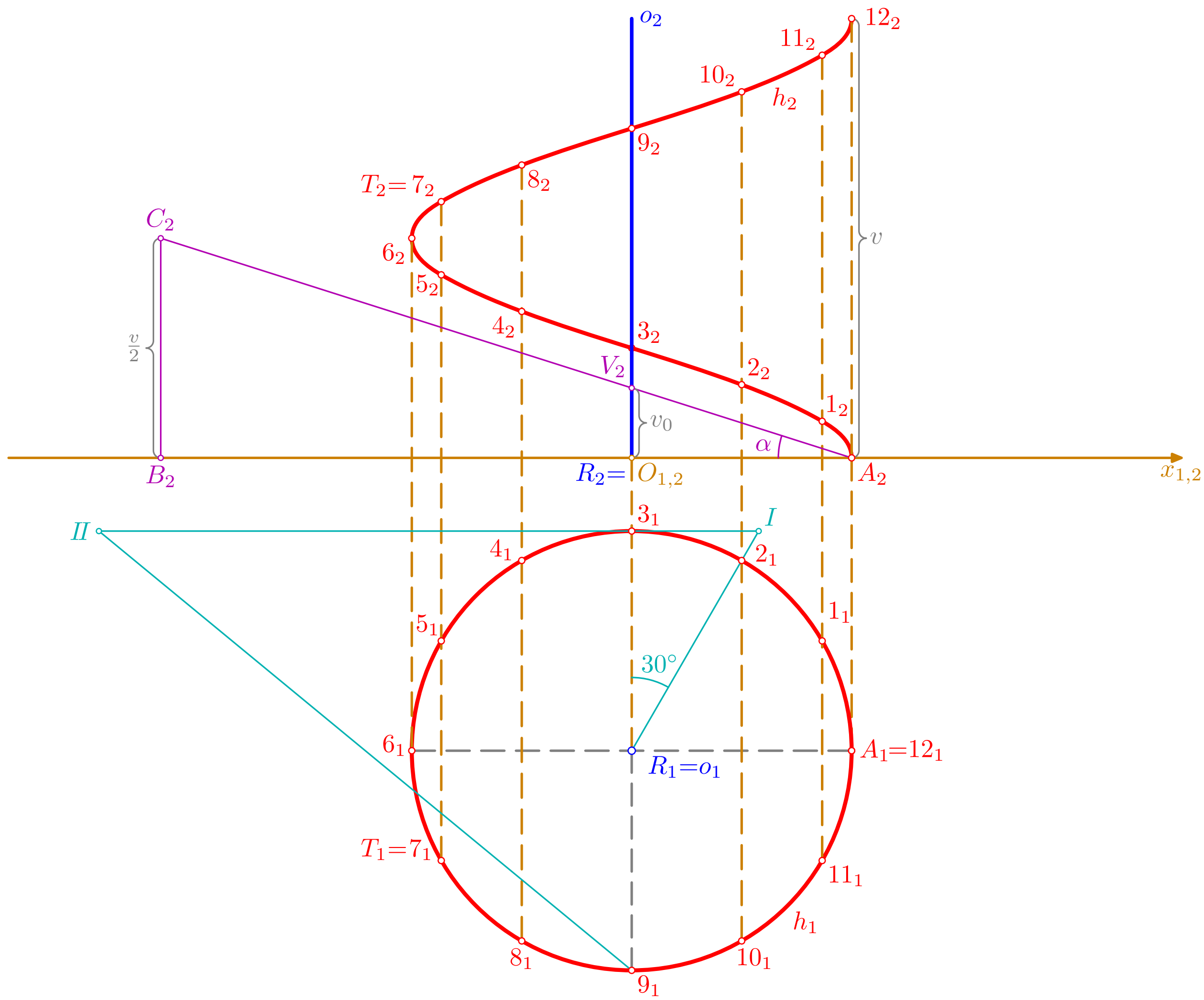
- půdorysem konstruované šroubovice h je kružnice $h_1(R_1, r = |R_1A_1|)$; abychom mohli v dalším kroku sestrojit nárys h_2, rozdělme kružnici h_1 od bodu A_1 na 12 stejných dílů, tj. po 30°, a jednotlivé dělicí body očíslujme $1_1, 2_1, \ldots, 12_1$ (kde $12_1 = A_1$) v kladném smyslu, neboť podle zadání má být šroubovice h pravotočivá, a bude tedy stoupat proti směru hodinových ručiček; dělení provedeme nejlépe takto: nejprve sestrojíme kolmé průměry A_16_1 a 3_19_1 a poté postupně zapíchneme kružítko do bodů $A_1, 3_1, 6_1, 9_1$ a kružnici h_1 protneme jejím poloměrem $r = |R_1A_1|$ vždy v dalších dvou dělicích bodech; tím sestrojíme všech dvanáct dělicích bodů



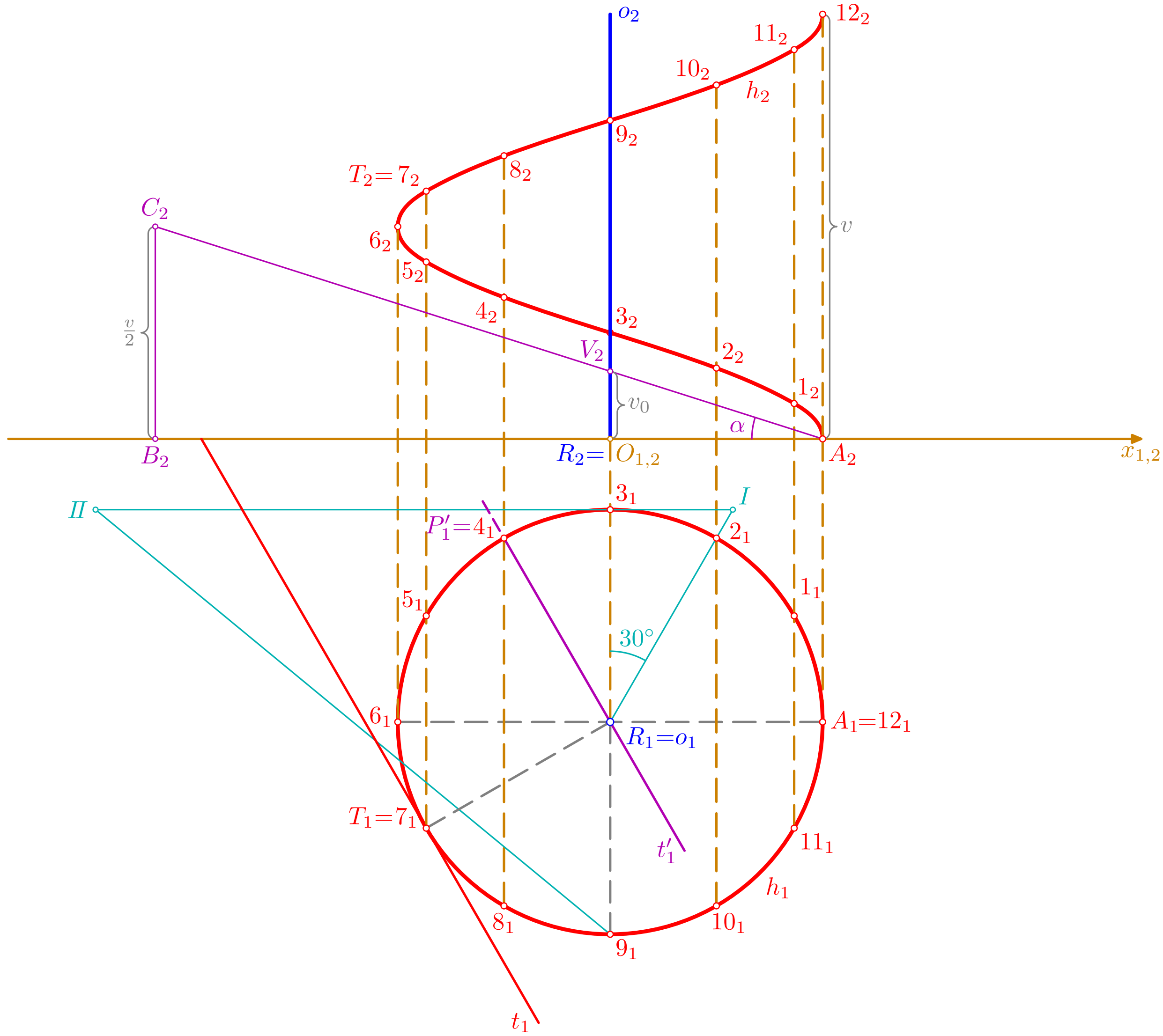
- bod 12 leží ve výšce $v = 6$ závitu nad bodem A a jeho nárys 12_2 sestrojíme na příslušné ordinále tak, aby bylo $|A_2 12_2| = v$; podobně doplníme nárysy dalších dělicích bodů šroubovice – na příslušných ordinálách a v příslušné dvanáctině výšky v závitu; zde je vidět smysl užitého číslování: bod 1 leží ve výšce $\frac{1v}{12} = 0{,}5$ nad půdorysnou π, bod 2 ve výšce $\frac{2v}{12} = 1$, atd., tytéž délky nanášíme v nárysе od osy $x_{1,2}$; na závěr tohoto kroku spojíme sestrojené nárysy spojitou křivkou h_2 (jde o jednu periodu zobecněné sinusoidy); přitom můžeme v nárysе alespoň naznačit viditelnost šroubovice h vzhledem k ose o: bod 3 leží vzadu za osou o a jeho nárys 3_2 proto není zvýrazněn, naopak pro bod 9 a jeho nárys 9_2. . .



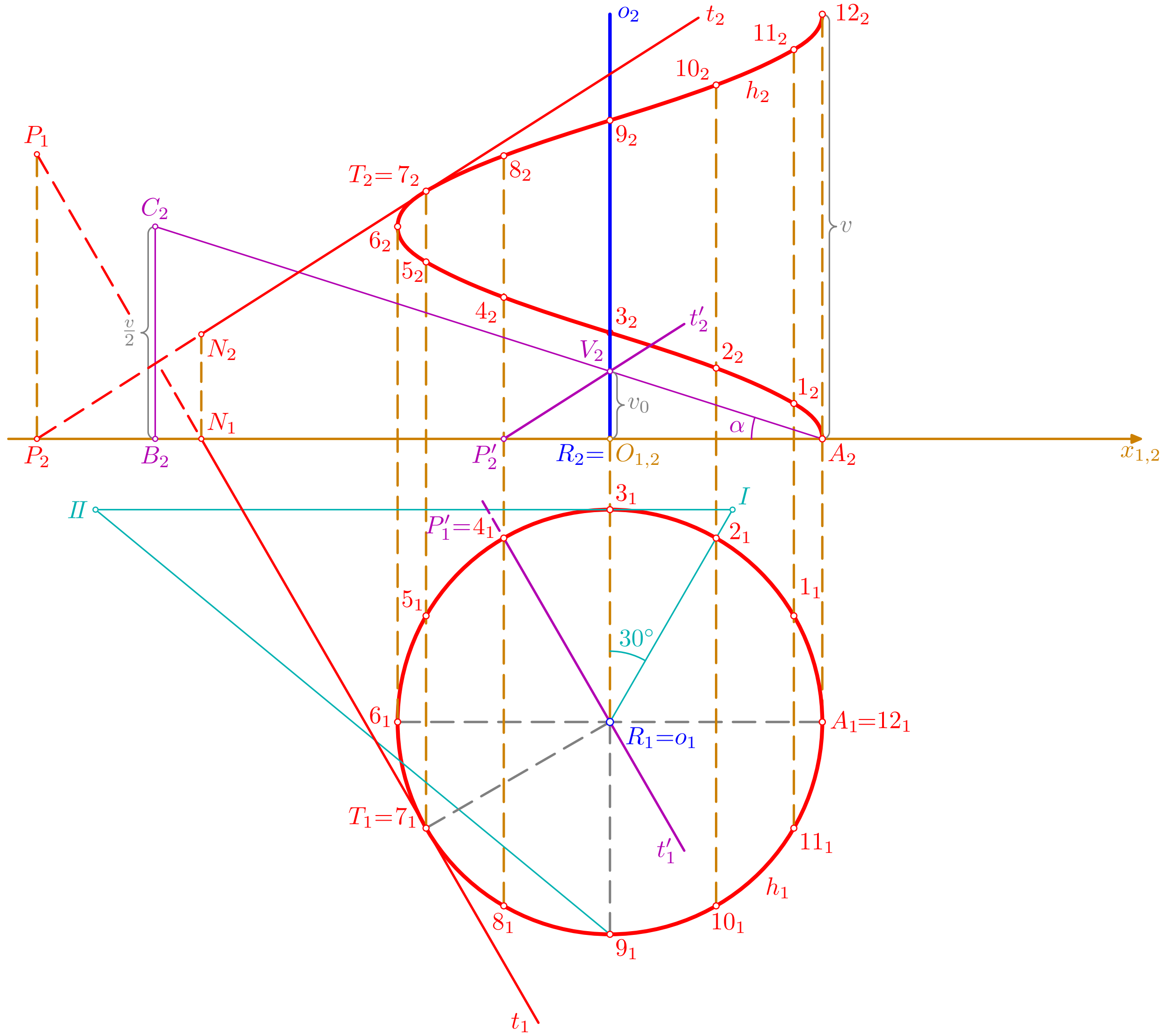
- podle zadání má bod T ležet ve výšce 3,5 a splývá tedy s bodem 7 šroubovice h, $T_1 = 7_1, T_2 = 7_2$; abychom mohli sestrojit tečnu t v bodě T pomocí kuželové plochy tečen, provedeme nejprve několik pomocných konstrukcí; první z nich je Kochaňského rektifikace kružnice h_1: např. v bodě 3_1 sestrojme tečnu kružnice h_1 a na ní bod I tak, aby velikost úhlu IR_13_1 u vrcholu R_1 byla 30°; na polopřímce $I3_1$ doplňme bod II tak, aby bylo $|I\,II| = 3r = 3|R_13_1|$; potom platí $|II9_1| \doteq \pi r$, tj. délka úsečky $II9_1$ je skoro přesně rovna polovině délky kružnice h_1



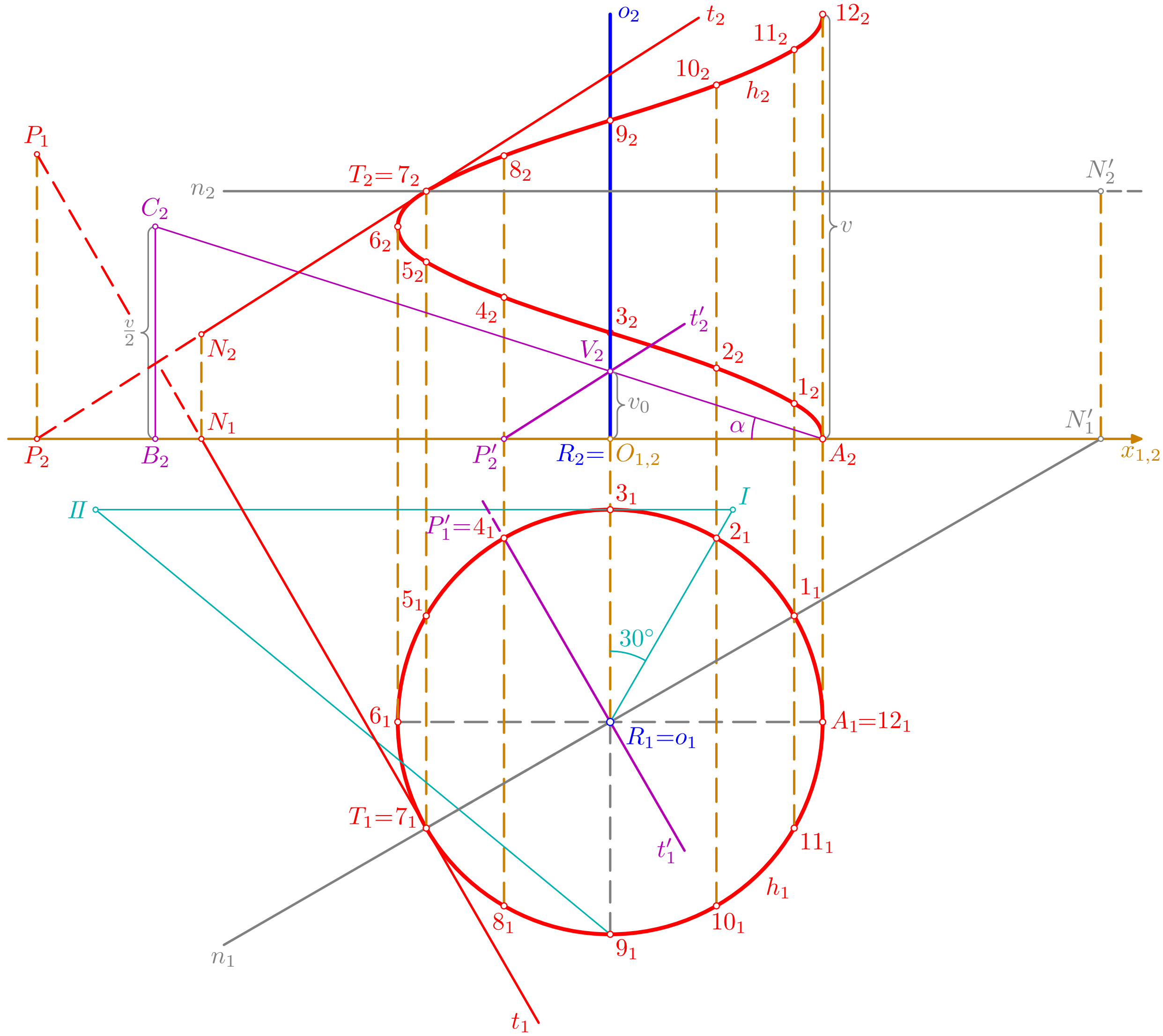
- v rovině určené osou o a bodem A sestrojme charakteristický trojúhelník ABC šroubovice h, který se v nárysе zobrazí ve skutečné velikosti; na ose $x_{1,2}$ nanesme od bodu A_2 směrem doleva zjištěnou délku $II9_1 \doteq \pi r$, koncový bod označme B_2 a od něj svisle nahoru sestrojme úsečku B_2C_2 délky $|B_2C_2| = \frac{v}{2} = 3$; tím získáme nárys $A_2B_2C_2$ zmíněného charakteristického trojúhelníka, jehož přepona AC (nebo její nárys A_2C_2) představuje polovinu závitu rozvinuté šroubovice h a sklon α této přepony je tedy také sklonem sestrojené šroubovice; dále jsme získali nárys $V_2 = o_2 \cap A_2C_2$ vrcholu V příslušné kuželové plochy tečen, který leží v tzv. redukované výšce $v_0 = |V_2R_2|$ závitu nad půdorysnou π



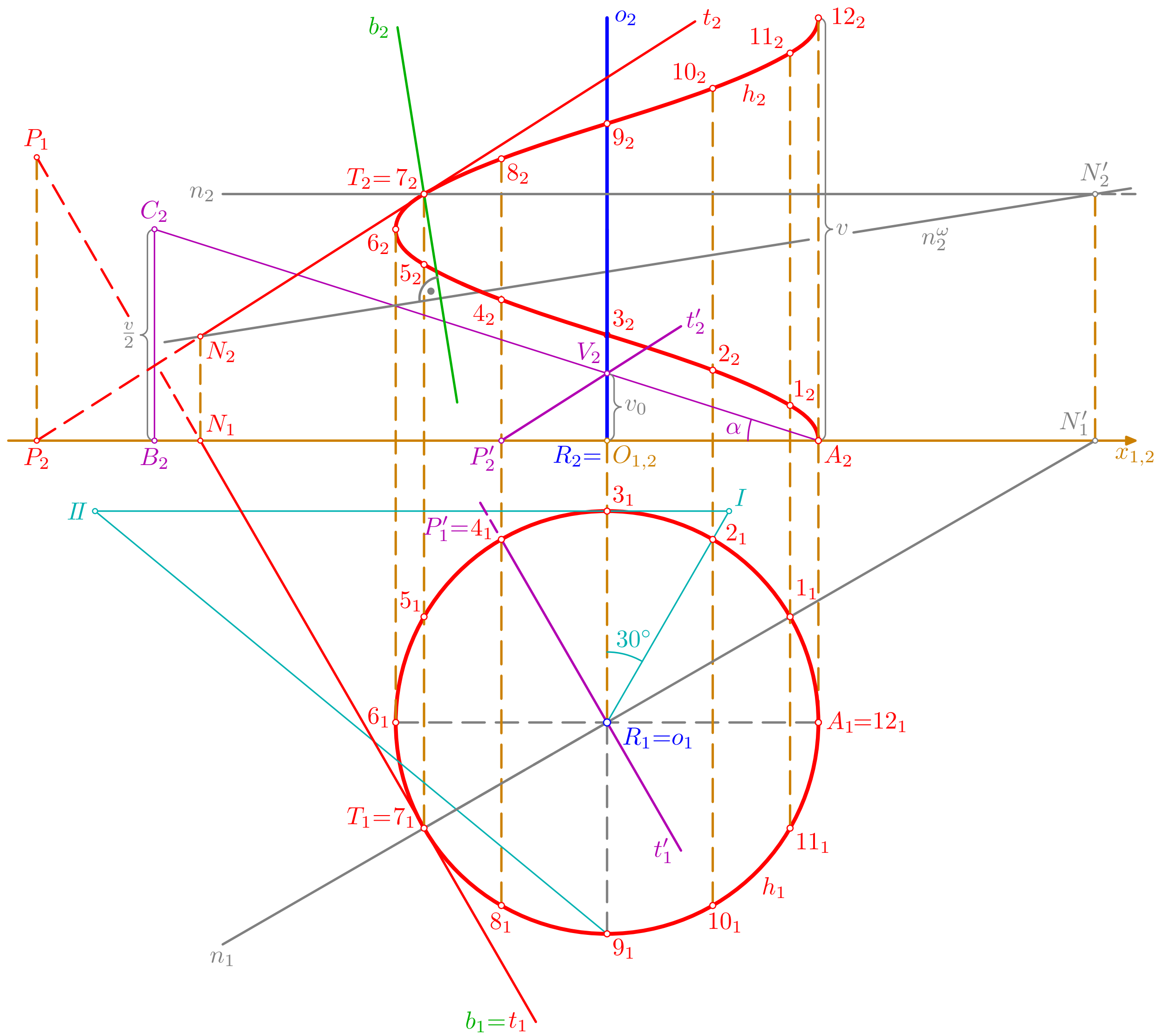
- nyní již můžeme přistoupit ke konstrukci tečny t v bodě T šroubovice h; půdorys t_1 je tečna ke kružnici h_1 v bodě T_1, tj. platí $T_1 \in t_1$ a $t_1 \perp T_1R_1$ nebo také $t_1 \parallel R_14_1$; právě zmíněnou přímku R_14_1 označme t_1' a považujme ji za půdorys přímky t', která je rovnoběžná s hledanou tečnou t a leží na kuželové ploše tečen šroubovice h, tj. platí $t' \parallel t$ a $V \in t'$; půdorysný stopník P' přímky t' pak musí ležet na kružnici h_1, dostaneme jej otočením bodu T_1 o $90°$ proti směru stoupání šroubovice h, tj. po směru hodinových ručiček, nebo si celou situaci dokážeme představit v prostoru, a pak přímo vidíme, že v půdoryse platí $P_1' = 4_1$



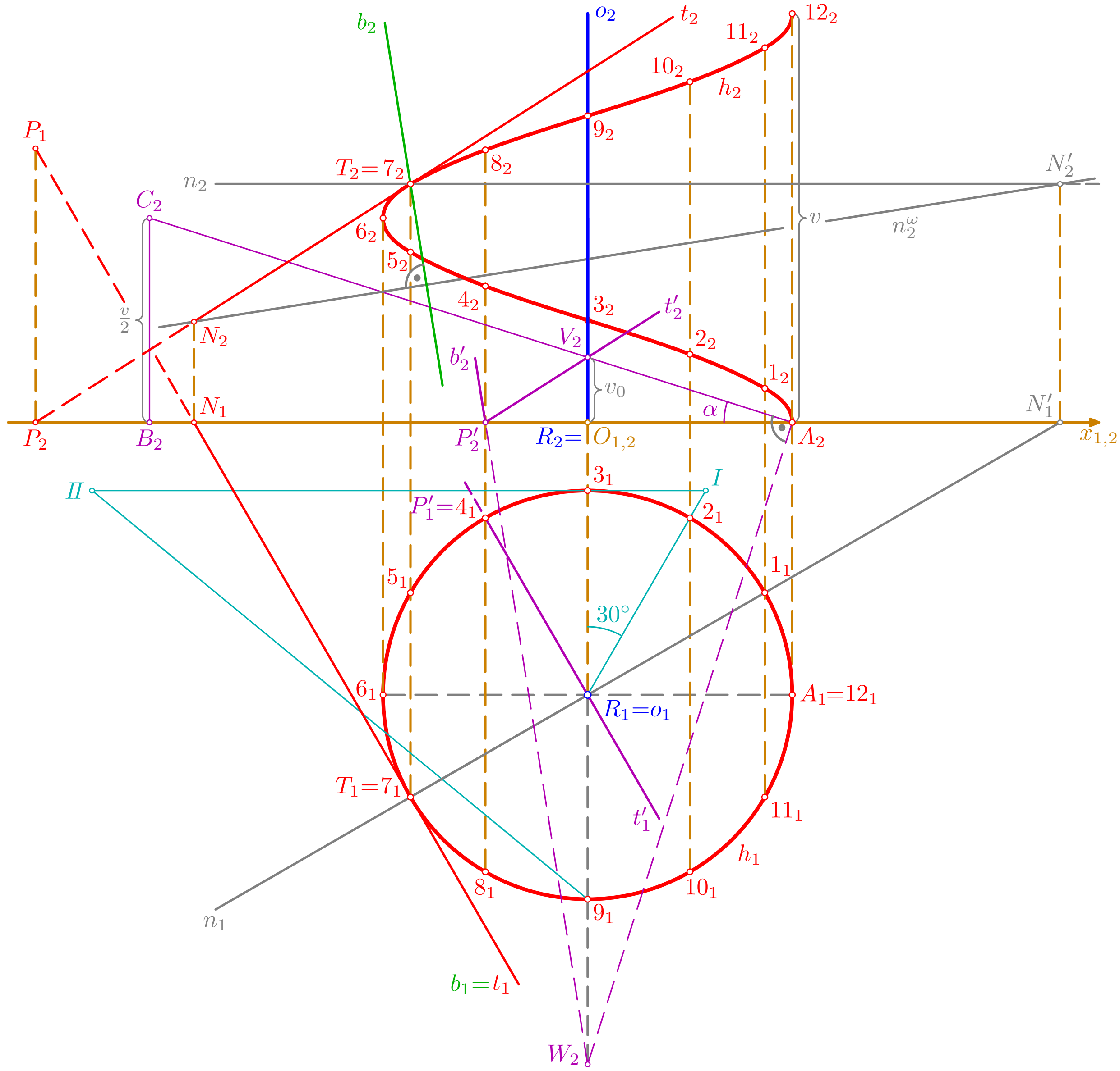
- nárys P'_2 bodu P' doplníme na ordinále a na ose $x_{1,2}$; nyní můžeme sestrojit nárys $t'_2 = P'_2V_2$ přímky t' a následně také nárys t_2 hledané tečny t, pro který je $t_2 \parallel t'_2, T_2 \in t_2$, a který se v bodě T_2 dotýká sestrojené křivky h_2; pro lepší představu jsou doplněny také sdružené průměty obou stopníků přímky t: půdorys N_1 nárysného stopníku N leží na t_1 a na ose $x_{1,2}$, nárys N_2 najdeme na ordinále a na přímce t_2; podobně je $P_2 = t_2 \cap x_{1,2}$ a půdorys P_1 leží na ordinále a na přímce t_1



- hlavní normála n šroubovice h v bodě T je současně normálou válcové plochy, na níž je šroubovice navinuta; pro její půdorys je tedy $n_1 = T_1R_1$ a pro nárys platí $n_2 \parallel x_{1,2}$, $T_2 \in n_2$; podobně jako v předchozím kroku, doplňme i pro hlavní normálu n její nárysný stopník N' (je $n \parallel \pi$ a půdorysný stopník tedy přímka n nemá): v půdoryse je $N'_1 = n_1 \cap x_{1,2}$ a nárys N'_2 leží na příslušné ordinále a na přímce n_2



- binormála b šroubovice h v bodě T určuje spolu s tečnou t tzv. rektifikační rovinu $\rho = tb$, která je současně tečnou rovinou válcové plochy, na níž je šroubovice navinuta, podél přímky TT_1; z toho vyplývá, že půdorysy b_1, t_1 přímek b, t splývají, $b_1 = t_1$; nárys b_2 můžeme sestrojit dvojím způsobem: binormála b je kolmá k tzv. oskulační rovině $\omega = tn$ šroubovice h v bodě T, a pro její nárys b_2 tudíž platí $b_2 \perp n_2^\omega, T_2 \in b_2$, kde $n_2^\omega = N_2N_2'$ je nárysnou stopou roviny ω (zde je tedy vidět pravý důvod užitečnosti konstrukce nárysných stopníků N, N' přímek t, n); druhý způsob konstrukce nárysu b_2 binormály b objasníme v následujícím kroku



- binormála b je rovnoběžná s přímkou $b' = P'W$, kde bod W je vrchol kuželové plochy binormál šroubovice h, pro který platí $W \in o$ a $WA \perp AC$; to vše se zachová v nárysе, kde je tedy $W_2 \in o_2$ a $W_2A_2 \perp A_2C_2$, dále $b_2' = P_2'W_2$ a konečně $b_2 \parallel b_2', T_2 \in b_2$; tím je v bodě T šroubovice h sestrojen kompletní doprovodný trojhran, tvořený tečnou t, hlavní normálou n a binormálou b

□