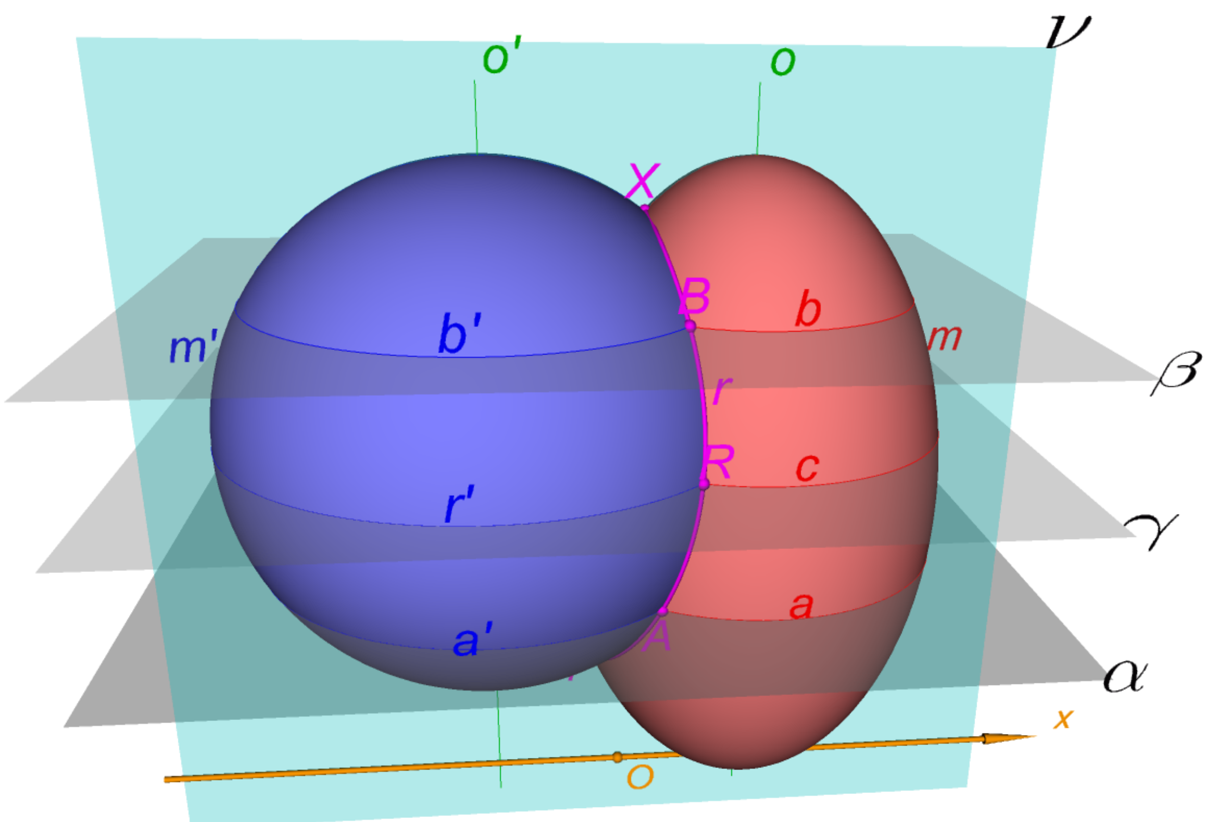
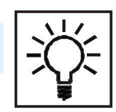




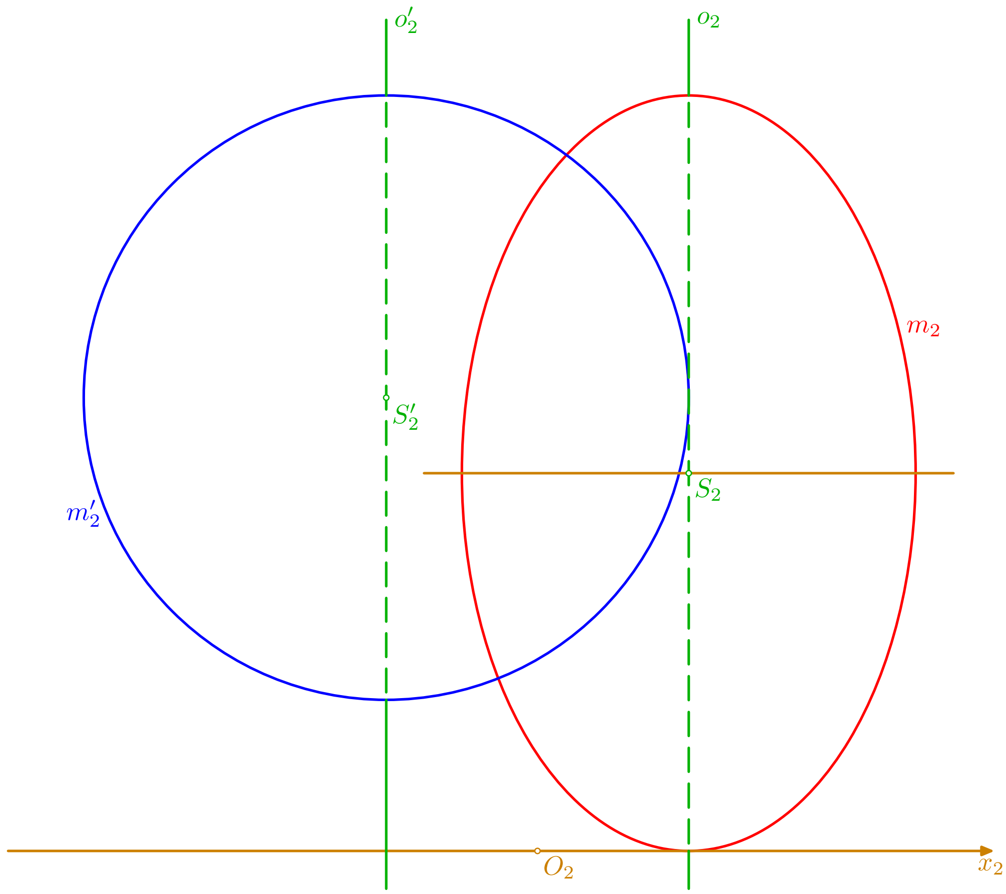
Řešené úlohy

Průnik rotačního vejčitého elipsoidu a kulové plochy v kolmém promítání na nárysnu (varianta rovnoběžných os – metoda rovnoběžných rovin)

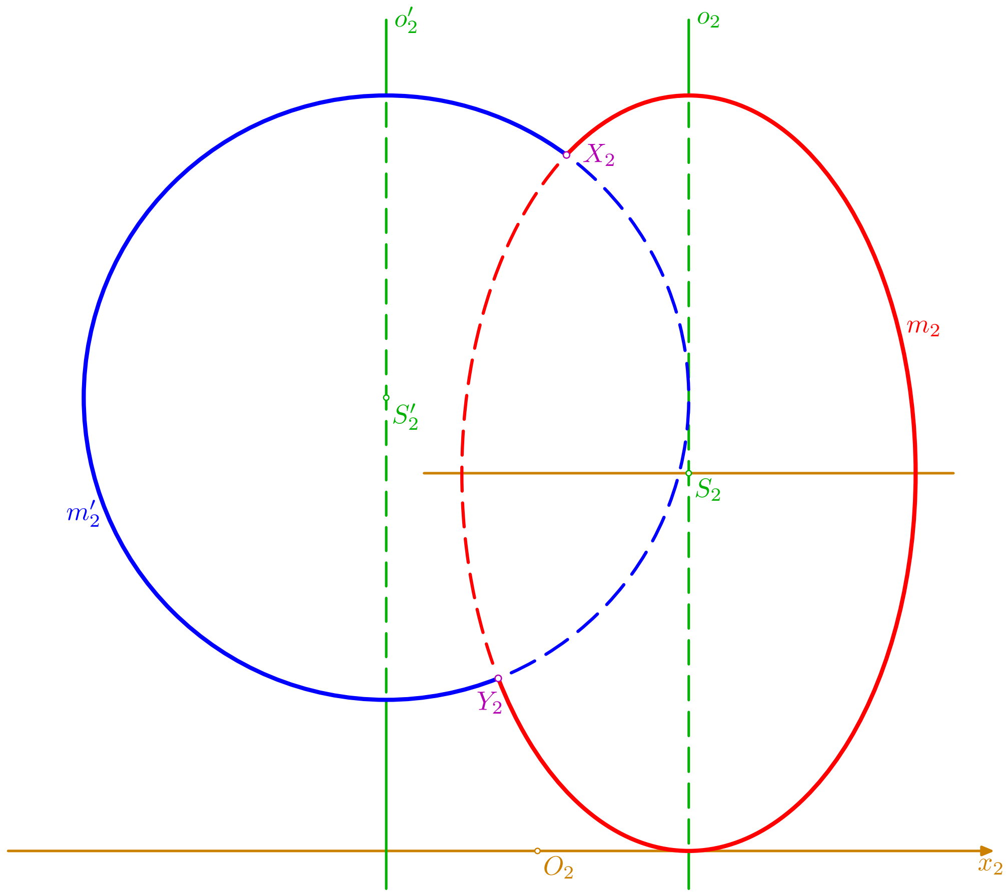
Příklad: V kolmém promítání na nárysnu sestrojte průnik rotačního vejčitého elipsoidu s kulovou plochou; elipsoid má střed S, svislou osu o a délky a, b hlavní a vedlejší poloosy; kulová plocha je dána středem S' a poloměrem r; $S[2; 0; 5], a = 5, b = 3, S'[-2; 0; 6], r = 4$.

Kolmé promítání na nárysnu je téměř totéž jako Mongeovo promítání bez půdorysu, tj. jen nárys, namísto půdorysu užíváme sklápění rovin rovnoběžných s půdorysnou do nárysny...

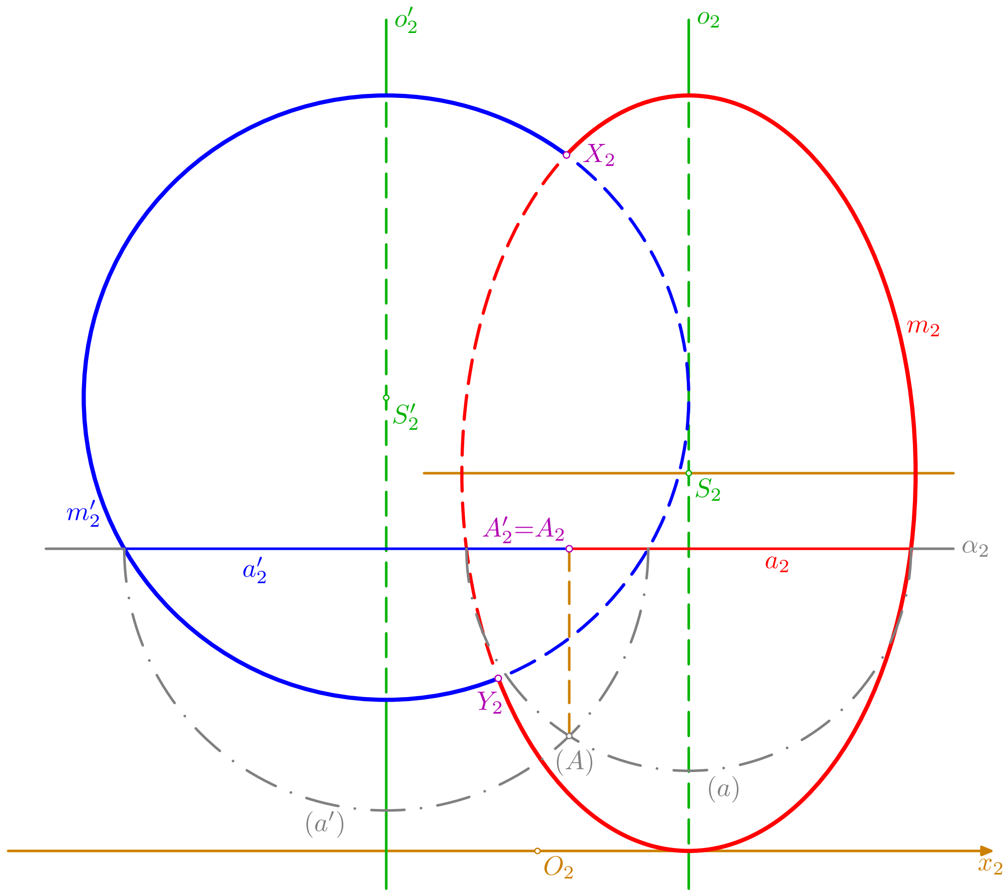
Tutéž úlohu je možné řešit také pomocí **metody soustředných kulových ploch**, což může čtenář najít a porovnat v příslušně nazvaném příkladě...



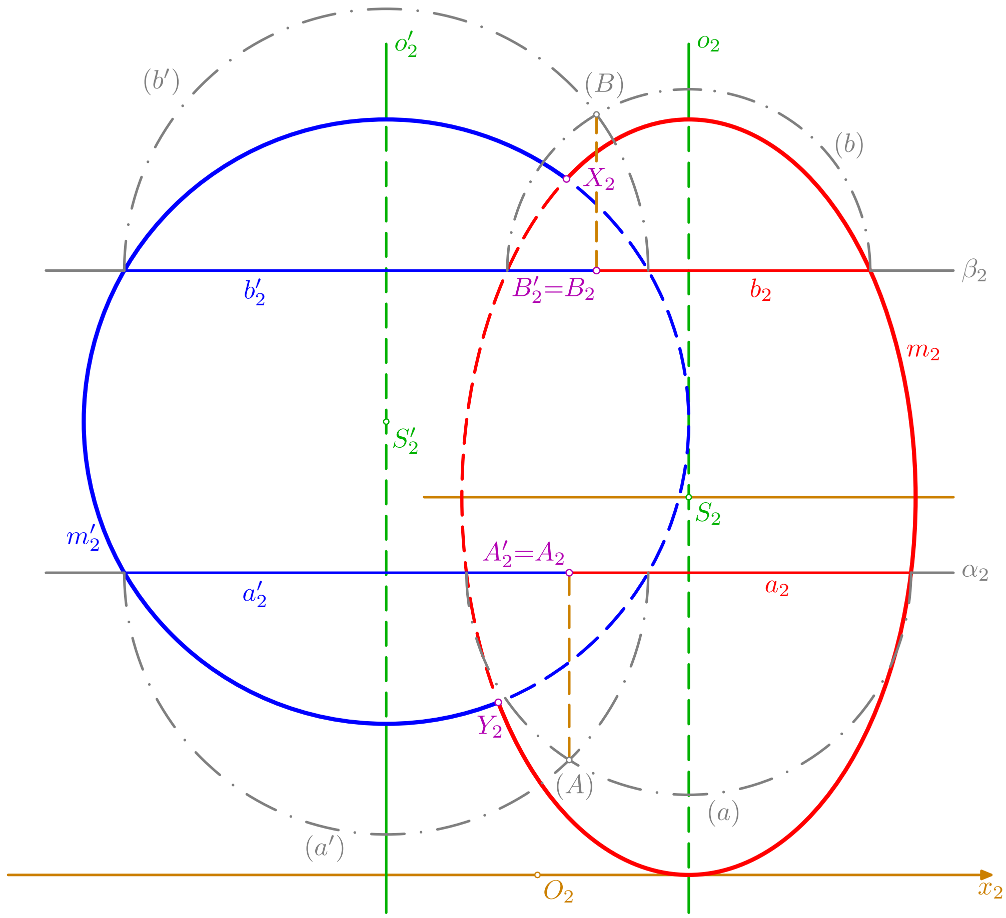
- podle zadání sestrojme nárysy S_2, S_2' středů S, S' daných ploch; osa o elipsoidu je svislá, tj. $o_2 \perp x_2$ a $S_2 \in o_2$; elipsoid protíná nárysnu v elipse $m = m_2$ hlavního meridiánu, která má hlavní osu na přímce $o = o_2$ a zadané délky $a = 5, b = 3$ hlavní a vedlejší poloosy; daná kulová plocha protíná nárysnu v kružnici $m'(S', r = 4)$, která splývá se svým nárysem $m_2'(S_2', r = 4)$; každou přímku o' jdoucí bodem S' můžeme považovat za osu dané kulové plochy, pro naše účely zvolme $o' \parallel o$, tj. v náryse je $o_2' \parallel o_2$ a $S_2' \in o_2'$; tím máme dány dvě rotační plochy, které mají navzájem rovnoběžné osy rotace



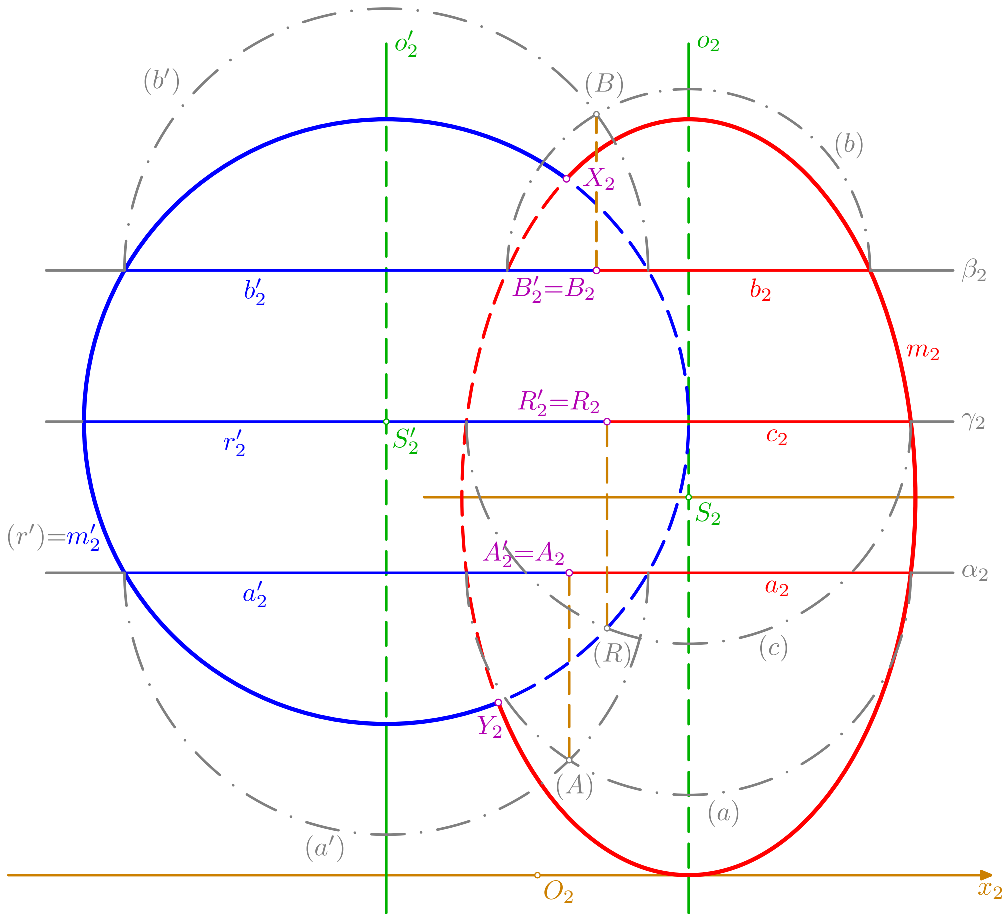
- nejprve sestrojme průsečíky X, Y hlavních meridiánových křivek m a m'; k tomu účelu je vhodné, abychom měli elipsu m_2 vyrýsovánu pokud možno co nejpřesněji, minimálně s využitím oblouků hyperoskulačních kružnic v jejích vrcholech, případně můžeme použít také zahradnickou konstrukci, která vychází z ohniskové definice elipsy (viz příslušnou kapitolu o elipse); jen tak se nám podaří dostatečně přesně určit průsečíky X_2, Y_2 elipsy m_2 s kružnicí m_2'; bod X, resp. bod Y, je nejvyšším, resp. nejnižším, bodem hledané průnikové křivky



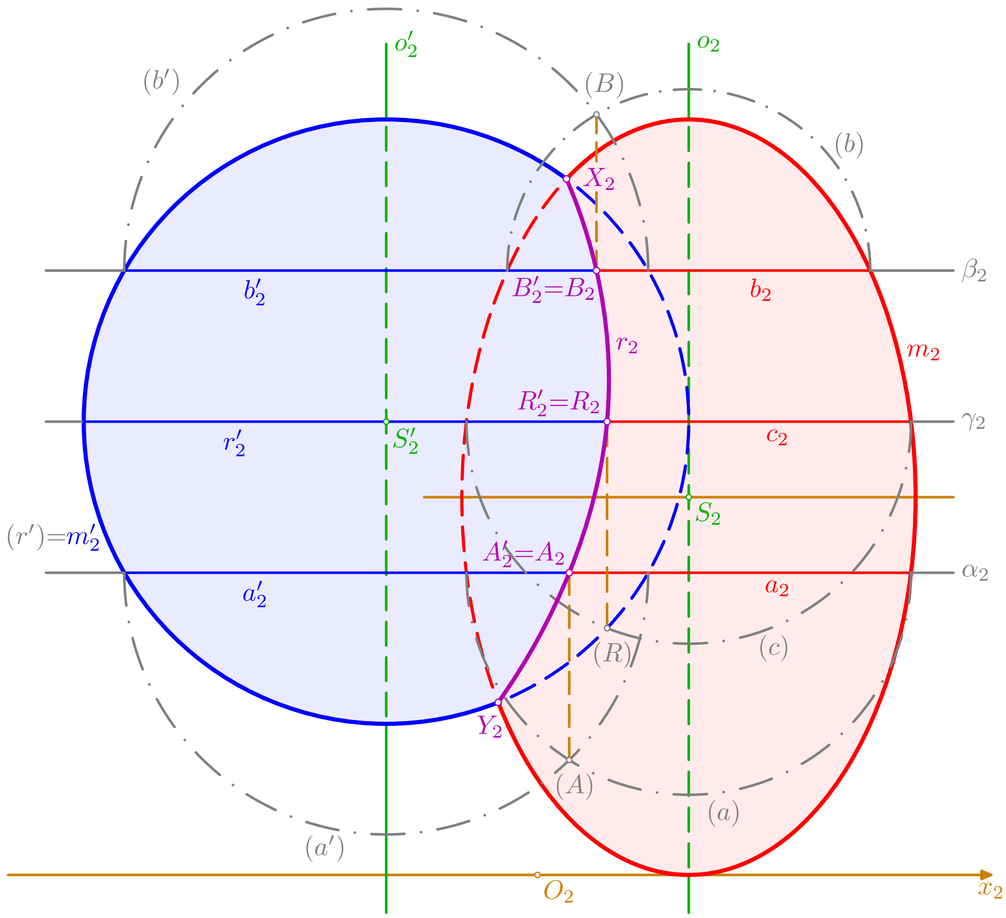
- někde mezi sestrojenými body X, Y veďme pomocnou rovinu α, která je kolmá k oběma osám o, o' daných ploch; rovina α pak protíná elipsoid i kulovou plochu v rovnoběžkových kružnicích a a a', jejichž průsečíky A, A' jsou další dva body hledaného průniku; nárysem roviny α je přímka $\alpha_2 \perp o_2$, kružnice a, a' se v náryse jeví jako úsečky a_2, a_2', jejichž středy leží na příslušných osách o_2, o_2' a krajní body na příslušných meridiánových křivkách m_2, m_2'; nárysy průsečíků A, A' kružnic a, a' určíme v průmětu pomocí sklopení roviny α do nárysny: pro větší přehlednost sestrojme pouze dolní poloviny sklopených poloh $(a), (a')$ kružnic a, a', najděme jejich průsečík (A) a odvoďme jej zpět do nárysu $A_2 \in \alpha_2$; dané plochy jsou podle zadání zřejmě souměrné podle nárysny, což platí také pro jejich rovnoběžkové kružnice a, a' a pro jejich průsečíky A, A'; odtud vyplývá, že pro nárys A_2' bodu A' platí $A_2' = A_2$ (pro jejich y-ové souřadnice platí $y_A = |A_2(A)| = -y_{A'}$)



- princip popsaný v předchozím kroku nazvěme **metodou rovnoběžných rovin** a analogicky ho použijme ke konstrukci dalších bodů hledaného průniku obou daných ploch; takto je tedy sestrojen také splývající nárys $B_2' = B_2$ bodů B, B', v nichž se protínají rovnoběžkové kružnice b, b', které leží v další zvolené rovině $\beta \parallel \alpha$; pro přehlednost dalších konstrukcí bylo tentokrát sklopení provedeno směrem nahoru, výsledek na tom zřejmě nezávisí



- vyplňme ještě mezeru mezi rovinami α, β a veďme středem S' kulové plochy rovinu $\gamma \parallel \alpha$; ta protíná daný vejčitý elipsoid v rovnoběžkové kružnici c a danou kulovou plochu v rovníku r'; sklopenou polohu (c) poloviny kružnice c sestrojíme obdobně jako v předchozích krocích, sklopená poloha (r') rovníku r' splývá s meridiánem $m_2' = (r')$; půlkružnice $(c), (r')$ se protínají v bodě (R), ten odvodíme zpět na nárys γ_2 roviny γ do splývajícího nárysu $R_2 = R_2'$ souměrných průsečíků R, R' kružnic c, r'; kdybychom chtěli pro zajímavost doplnit půdorys této úlohy, měnila by se právě v půdorysech R_1, R_1' bodů R, R' viditelnost půdorysu průnikové křivky – zvídavý čtenář nechť si to rozhodně zkusí načrtnout, či narýsovat, např. do volného místa v následujícím závěrečném obrázku této konstrukce. . .



- obě dané plochy jsou kvadriky, tj. plochy druhého stupně, a odtud lze odvodit, že jejich průniková křivka r je stupně čtvrtého, tzv. **kvartika**; podle předchozího je křivka r souměrná podle nárysny, a každá z jejích polovin ležících v opačných poloprostorech určených nárysnou se promítá do téže křivky r_2, která má krajní body X_2, Y_2 a mezi nimi prochází po dvou splývajícími body $B_2 = B'_2$, $R_2 = R'_2$, $A_2 = A'_2$; dá se dokázat, že křivka r_2 je částí jisté paraboly…

□