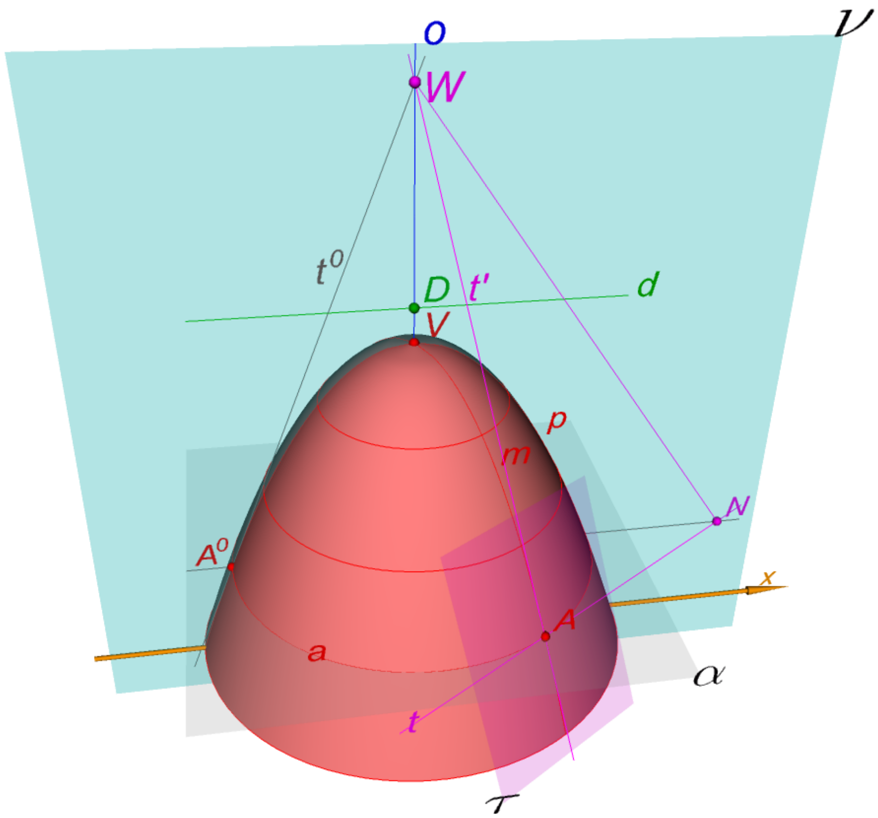
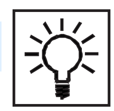


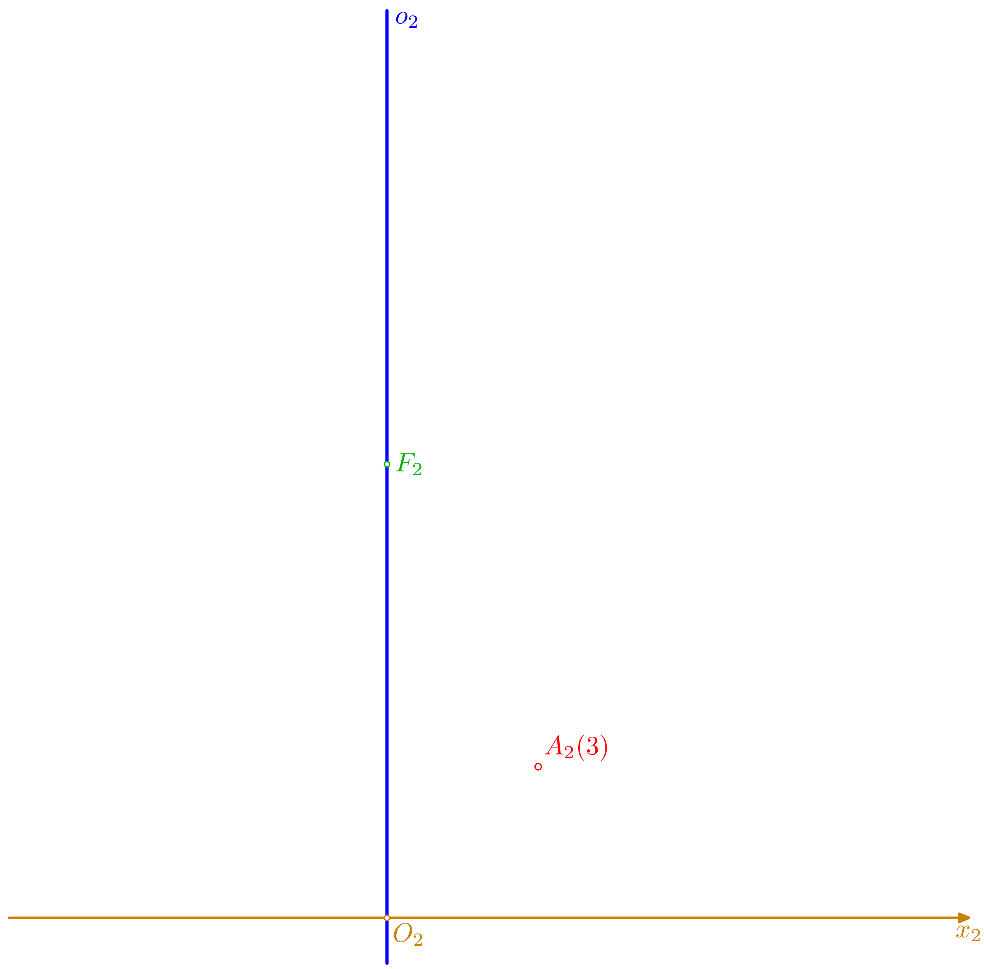
Řešené úlohy



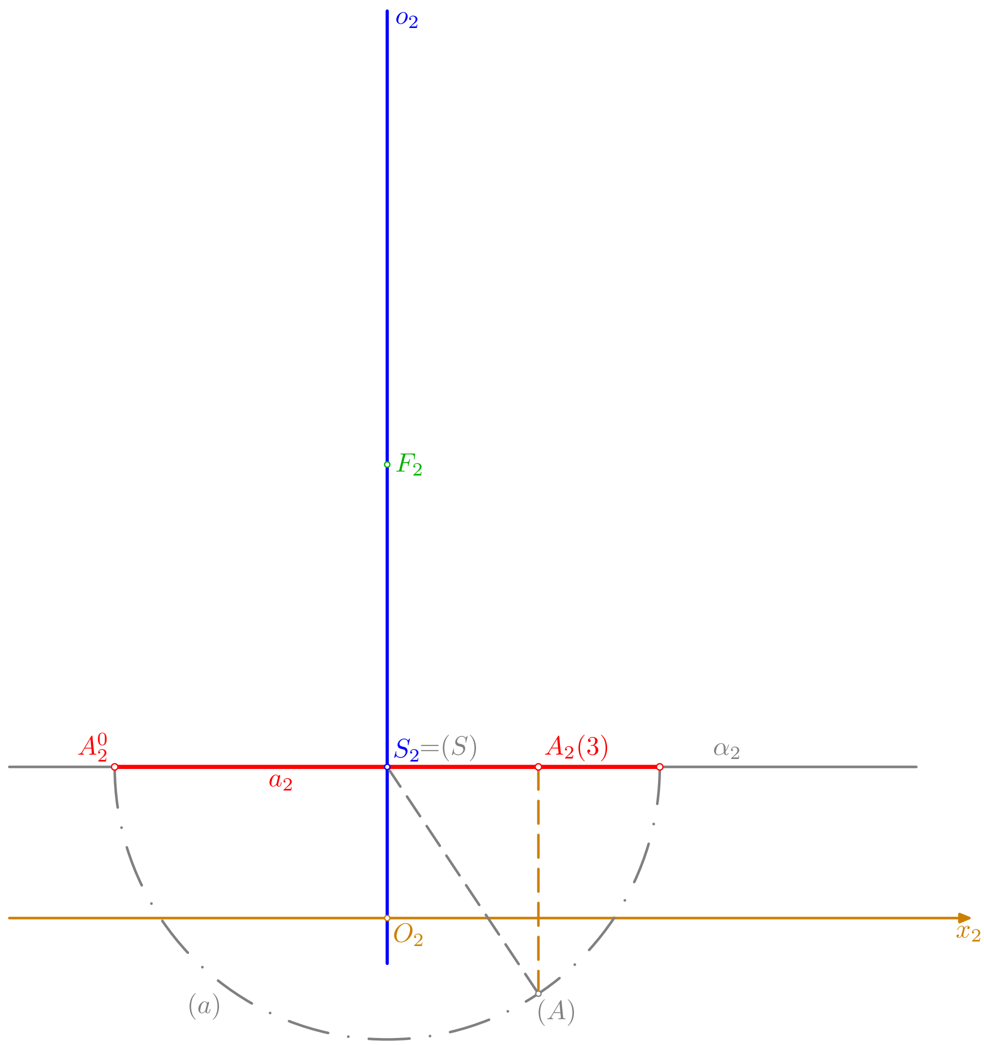
Rotační paraboloid v kolmém promítání na nárysnu

Příklad: V kolmém promítání na nárysnu sestrojte tečnou rovinu τ v bodě A rotačního paraboloidu, který má ohnisko F a svislou osu o, $F \in o$, rotace; $F[0;0;6]$, $A[2;3;2]$.

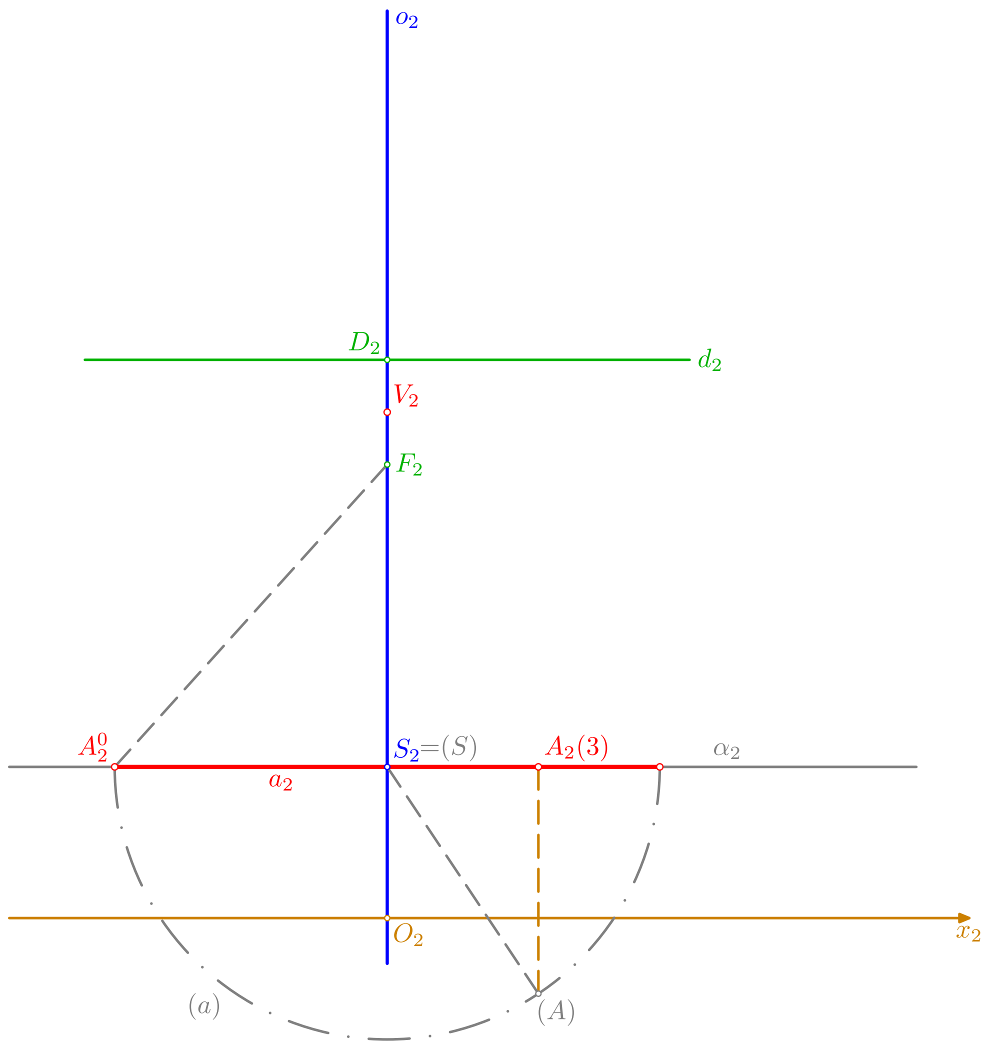
Poznámka: **Kolmé promítání na nárysnu** je téměř totéž jako Mongeovo promítání bez půdorysu; pro každý bod X v prostoru je tedy sestrojen pouze jeho nárys X_2 a pro jeho jednoznačné určení je připojena do závorky tzv. **kóta**, což je orientovaná vzdálenost bodu X od nárysny, nebo, jinak řečeno, je to jeho y-ová souřadnice; kótovaný nárys bodu X je tedy označen $X_2(y_X)$; body ležící v nárysně mají nulovou kótu, a tu můžeme při označení v průmětu vynechávat.



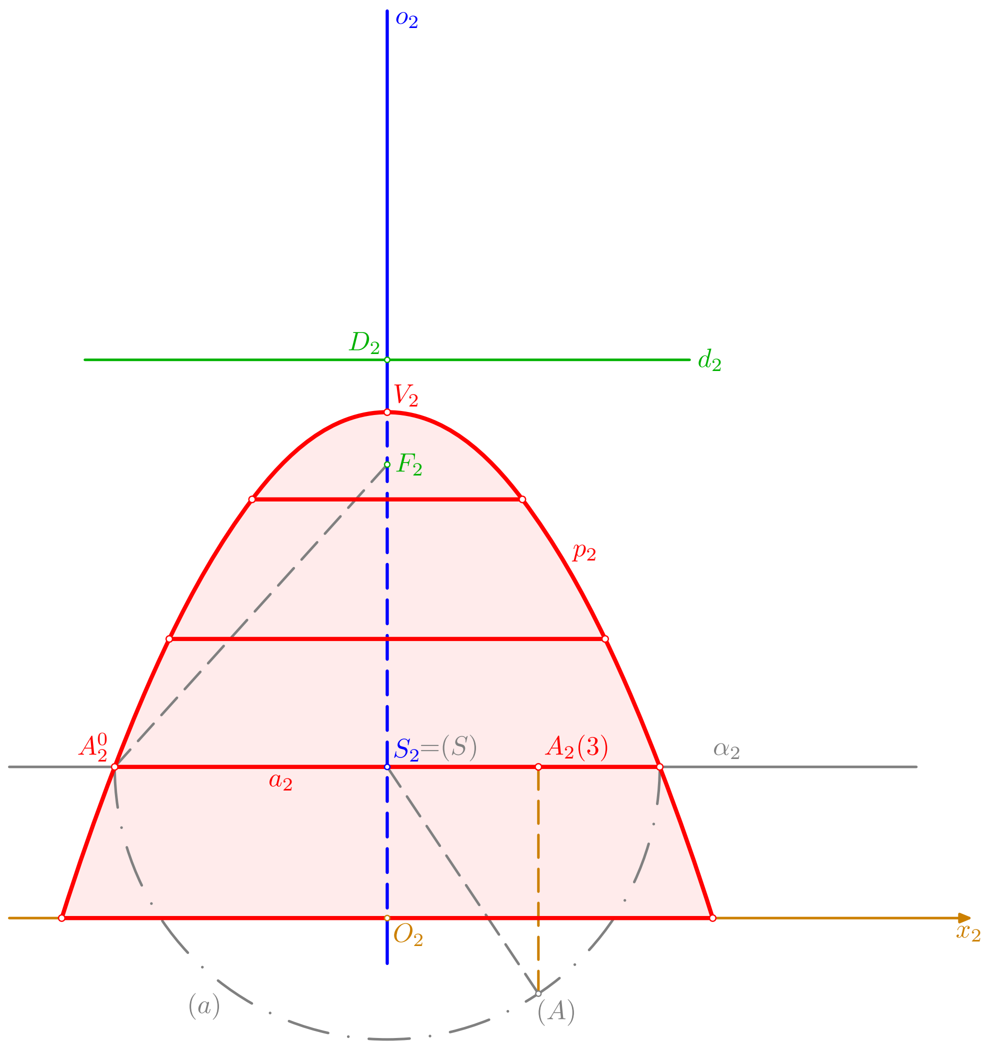
- podle zadání sestrojme nárysy F_2, o_2 ohniska F a osy o; ohnisko F leží v nárysně, splývá tedy se svým nárysem $F_2 = F$ a má nulovou kótu $y_F = 0$; podle výše uvedené úmluvy mu ponechme pouze označení F_2; pro nárys svislé osy o rotace je $o_2 \perp x_2, F_2 \in o_2$; jako poslední zadaný objekt doplňme kótovaný nárys $A_2(3)$ (dle zadání je totiž $y_A = 3$) bodu A, jímž má konstruovaný rotační paraboloid procházet



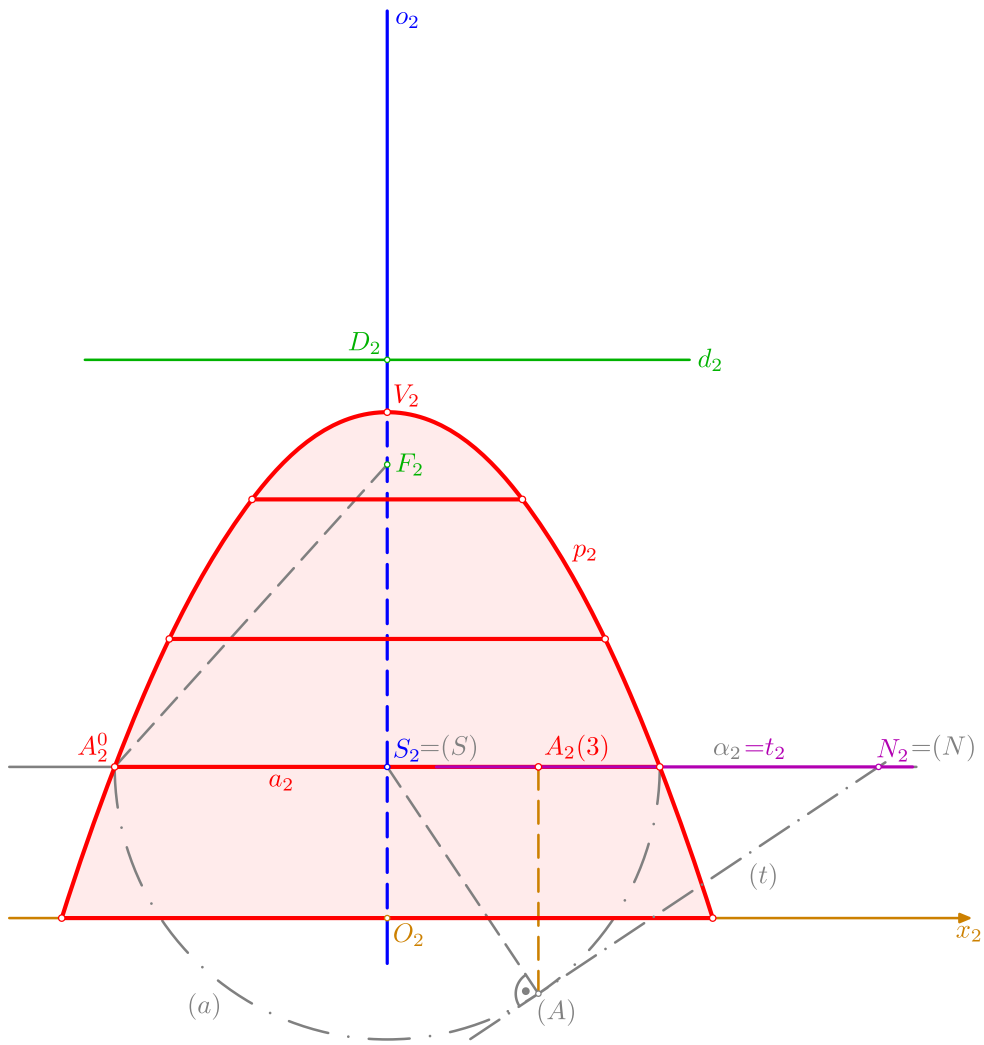
- rotací bodu A kolem osy o vznikne rovnoběžková kružnice a, která leží v rovině $\alpha \perp o$, $A \in \alpha$, má střed $S = o \perp \alpha$ a poloměr délky $|SA|$; nárysem roviny α je přímka $\alpha_2 \perp o_2$, $A_2 \in \alpha_2$, která protíná přímku o_2 v bodě S_2; poloměr kružnice a zjistíme ve sklopení roviny α do nárysny: sestrojme sklopenou polohu (A) bodu A, kde $(A)A_2 \perp \alpha_2$ a $|(A)A_2| = y_A = 3$, bod $S \in o$ zůstává při sklápění na místě, je tedy $S_2 = (S)$, a ve sklopení můžeme sestrojit část sklopené polohy (a) kružnice a; rovnoběžka a protíná nárysnu ve dvou bodech, jeden z nich označme A^0, v průmětu je $A_2^0 = (a) \cap \alpha_2$; nárysem kružnice a je tedy úsečka a_2, která leží na přímce α_2, má střed S_2 a jeden krajní bod A_2^0



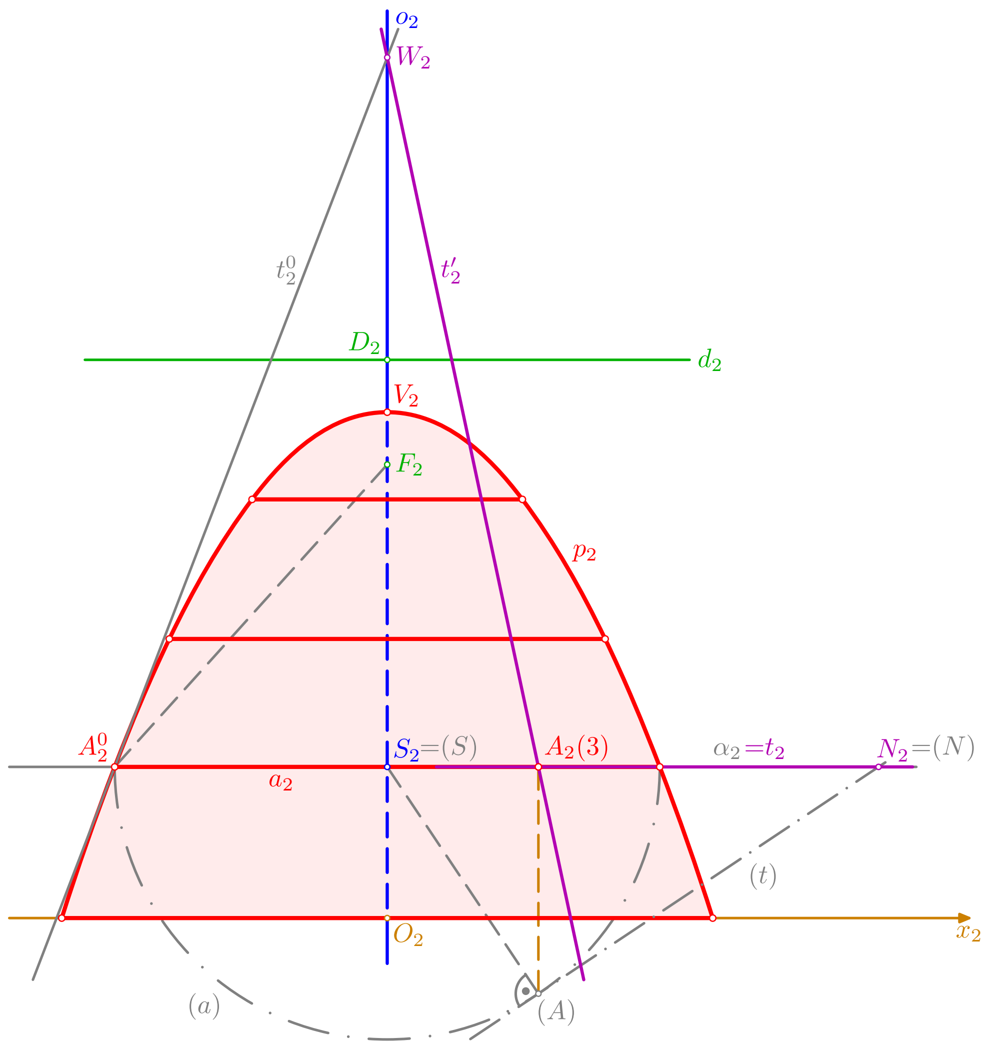
- nárysna protne daný paraboloid v parabole p, která je hlavním meridiánem plochy, má ohnisko F, osu o_2 a prochází bodem A^0 (sestrojíme ji v dalším kroku); prozatím pouze dourčíme její řídicí přímku $d = d_2$ a vrchol $V = V_2$: podle ohniskové definice paraboly platí $|F_2A_2^0| = |A_2^0 d_2|$, odtud sestrojíme na ose o_2 pomocný bod D_2, kde $|D_2S_2| = |F_2A_2^0|$ (ze dvou možností vybereme tu, pro niž bude paraboloid otevřený směrem dolů), a vedeme jím řídicí přímku $d_2 \perp o_2, D_2 \in d_2$; vrchol V_2 paraboly $p_2 = p$ je pak středem úsečky F_2D_2



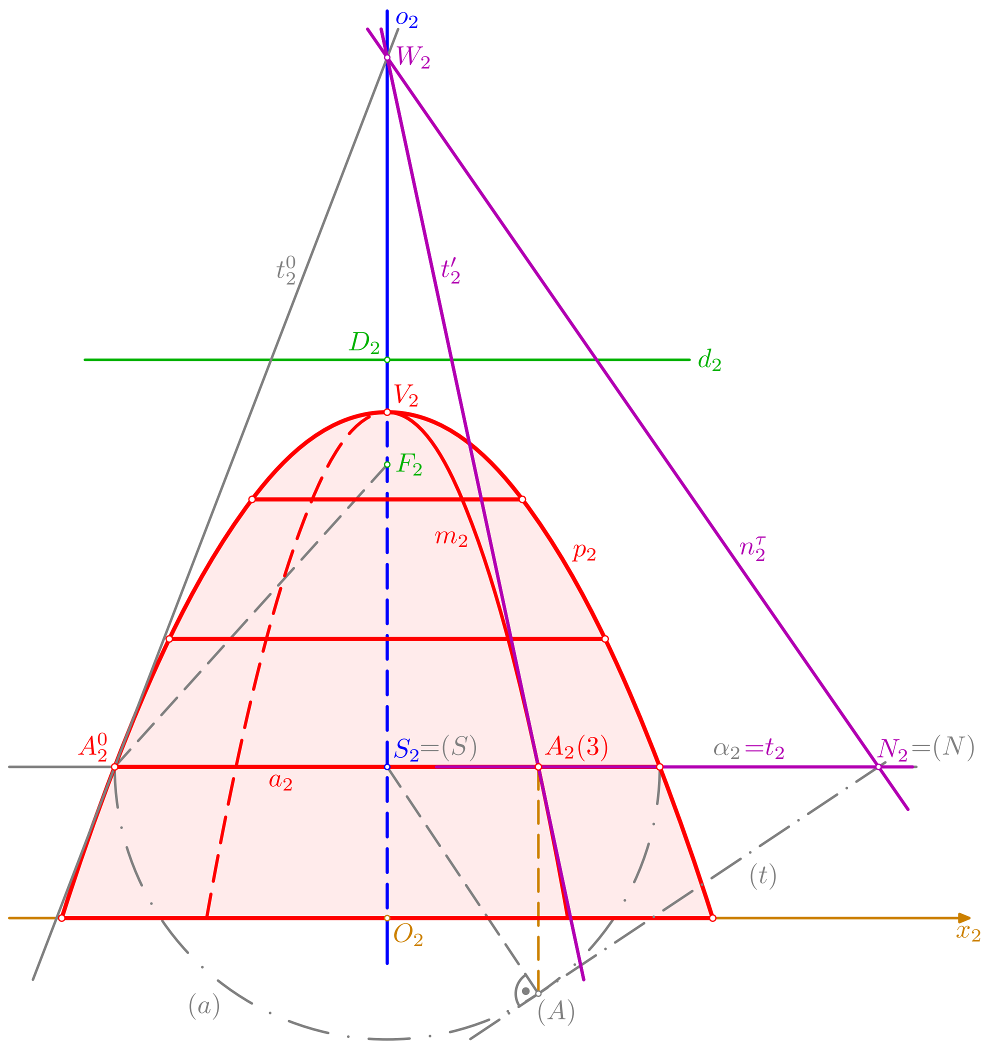
- opět podle ohniskové definice paraboly doplňme dalších šest, vždy po dvou souměrných podle osy o_2, bodů paraboly p_2, dva z nich na ose x_2, další čtyři libovolně, pokud možno, rovnoměrně mezi úsečkou a_2 a vrcholem V_2; rotací těchto bodů vzniknou další tři rovnoběžkové kružnice plochy, které se v nárysе zobrazí jako úsečky, které jsou kolmé k přímce o_2 a mají na ní své středy; pro vyrýsování paraboly p_2 tím máme celkem devět bodů, omezíme ji osou x_2 – plochu tak omezíme zdola rovnoběžkovou kružnicí, která má střed v počátku O (jinak řečeno, která leží v půdorysně π), a příslušným způsobem opravíme viditelnost osy o



- tečnou rovinu τ v bodě A plochy určíme podle obecného principu – pomocí dvou tečen vedených bodem A ke dvěma křivkám, které leží na daném paraboloidu; jako první křivku zvolme přirozeně rovnoběžkovou kružnici a a v bodě A k ní sestrojme tečnu t: v nárysu je $t_2 = \alpha_2$, ve sklopení doplňme $(t) \perp (S)(A)$, $(A) \in (t)$; díky tomu můžeme označit také nárysný stopník $N_2 = (N) = t_2 \cap (t)$ tečny t, kterým bude procházet nárysná stopa roviny τ



- rovina určená osou o a bodem A protíná plochu v meridiánové parabole m (konstrukci jejího nárysu naznačíme v následujícím závěrečném kroku postupu řešení); sestrojíme nárys tečny t' v bodě A uvažované paraboly m: při tom využijeme otočení kolem osy o do roviny hlavního meridiánu – parabola m s bodem A se otočí do paraboly p s bodem A^0; v bodě A_2^0 tedy sestrojme tečnu $t_2^0 = A_2^0W_2$ k parabole p_2, kde bod W_2 je souměrný s bodem S_2 podle vrcholu V_2 (úsečka S_2W_2 je subtangentou bodu A_2^0 a ta je podle Věty 4 z kapitoly o parabole půlena vrcholem V_2); bod $W \in o$ zůstává při rotaci na místě a hledaná tečna je tedy přímka $t' = AW$, tj. v nárysе platí $t_2' = A_2W_2$; bod $W = W_2$ leží v nárysně, a je to tudíž také nárysný stopník přímky t'



- na závěr doplňme nárysnou stopu $n_2^\tau = N_2W_2$ tečné roviny τ sestrojeného rotačního paraboloidu v jeho daném bodě A a pokusme se naznačit několik možných způsobů konstrukce nárysu m_2 meridiánové paraboly m; především je nárysem paraboly m opět parabola m_2, pro niž známe osu o_2, vrchol V_2 a tečnu t_2' s bodem A_2 dotyku; 1. zkusme najít ohnisko paraboly m_2: to musí ležet na ose o_2 a na kolmici k tečně t_2' vedené její patou na vrcholové tečně, nebo jinak půlí ohnisko součet subtangenty a subnormály bodu A_2 (Věta 5 z kapitoly o parabole, i Věta 6 by se dala použít); 2. pro konstrukci bodů paraboly m_2 můžeme použít opačný princip, než kterým jsme na začátku sestrojili bod A_2^0; 3. a konečně lze zužitkovat také vztah pravoúhlé osové afinity mezi parabolami p_2, m_2, přičemž osou této afinity je přímka o_2 a odpovídají si v ní body A_2^0 a A_2 (příslušné konstrukce jsou přenechány čtenáři jako cvičení)

□