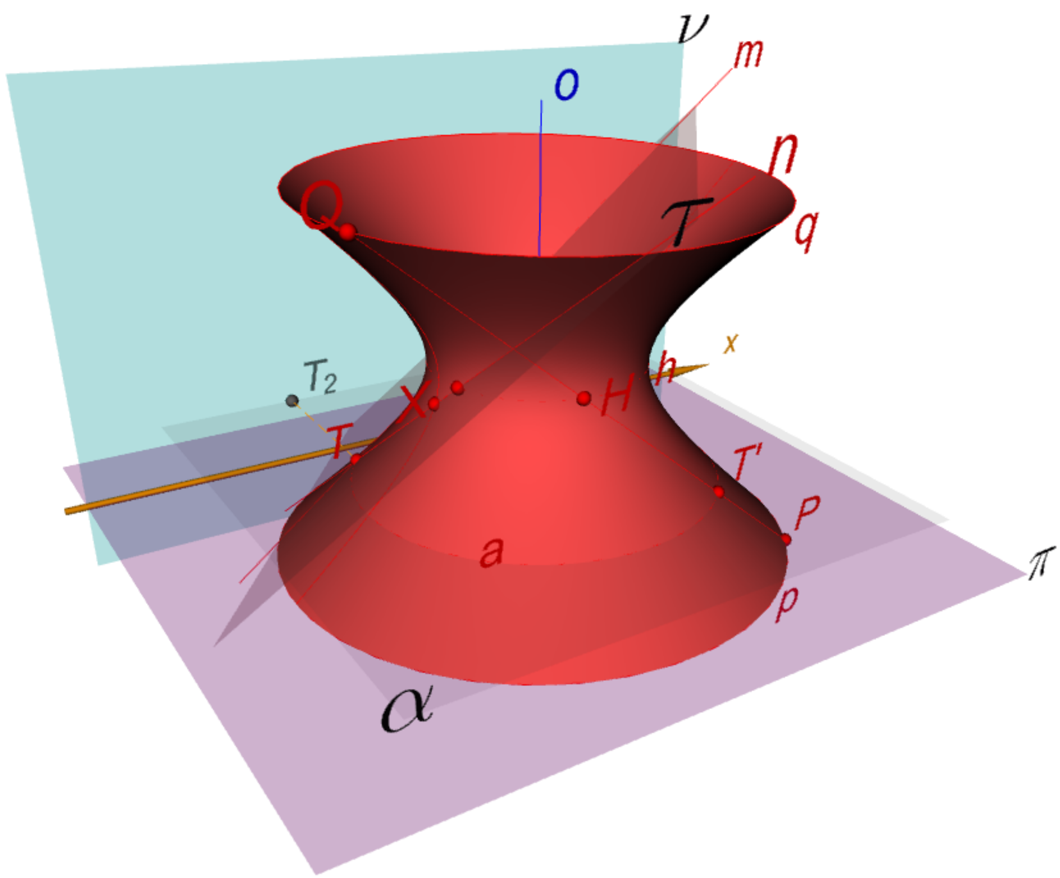
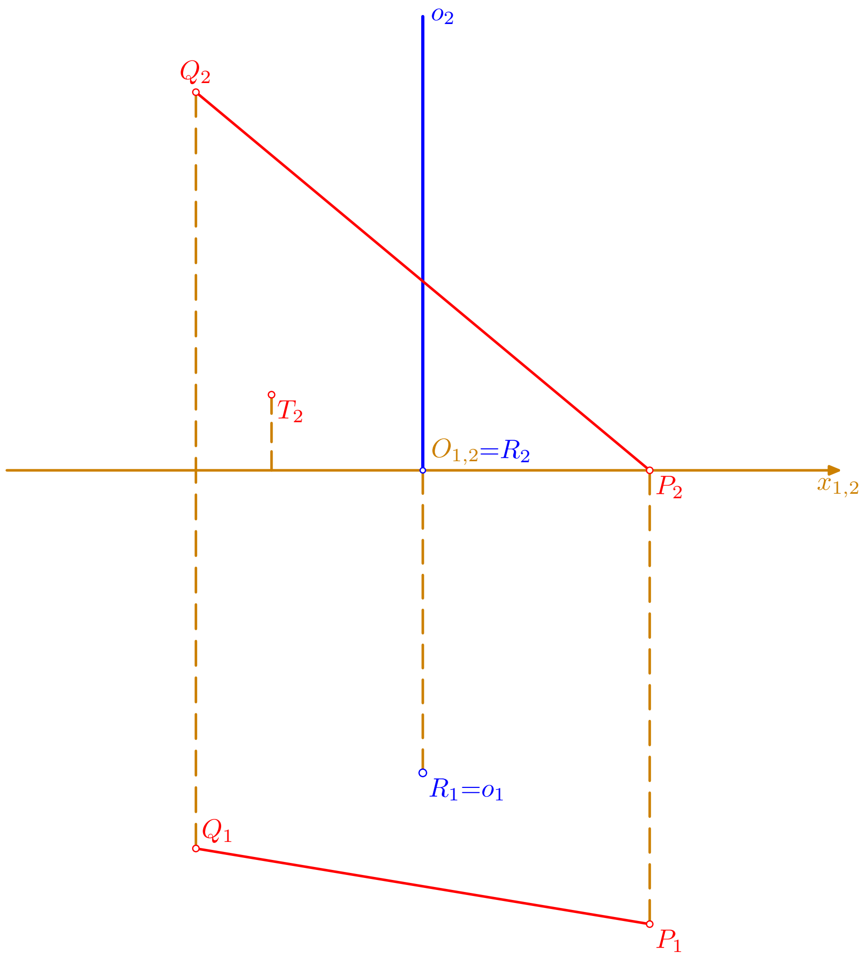


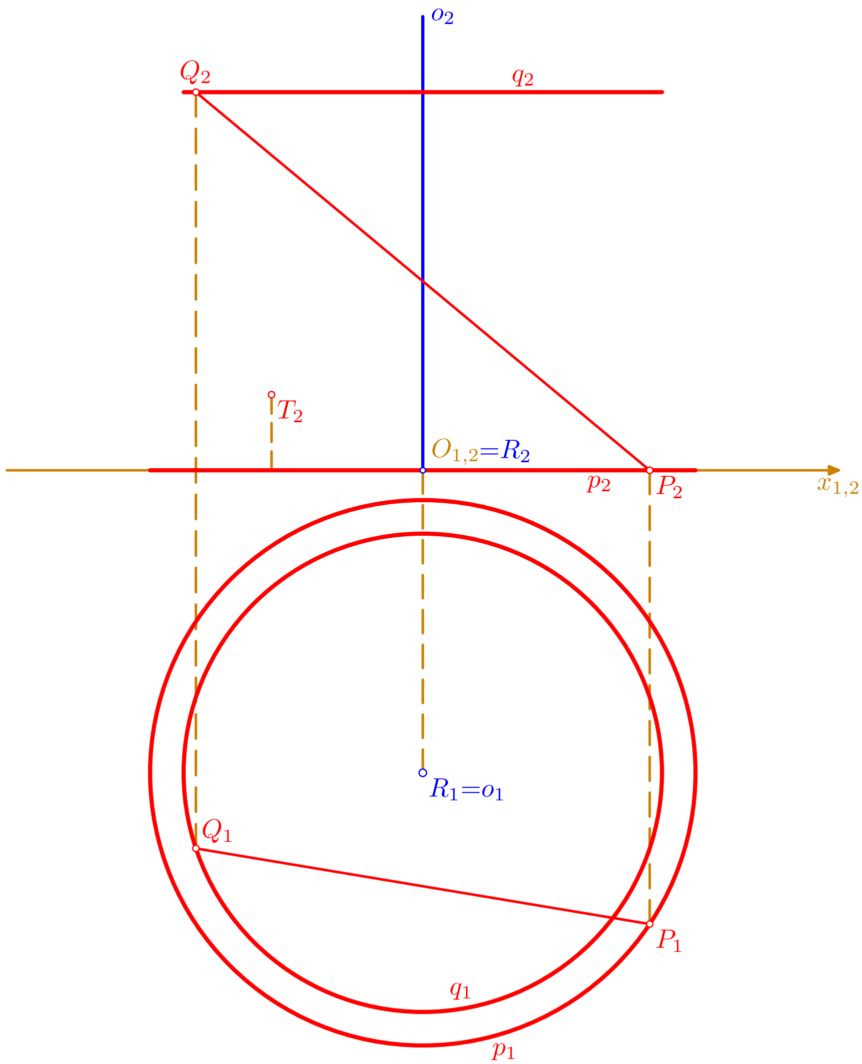
Řešené úlohy

Jednodílný (zborcený) rotační hyperboloid v Mongeově promítání

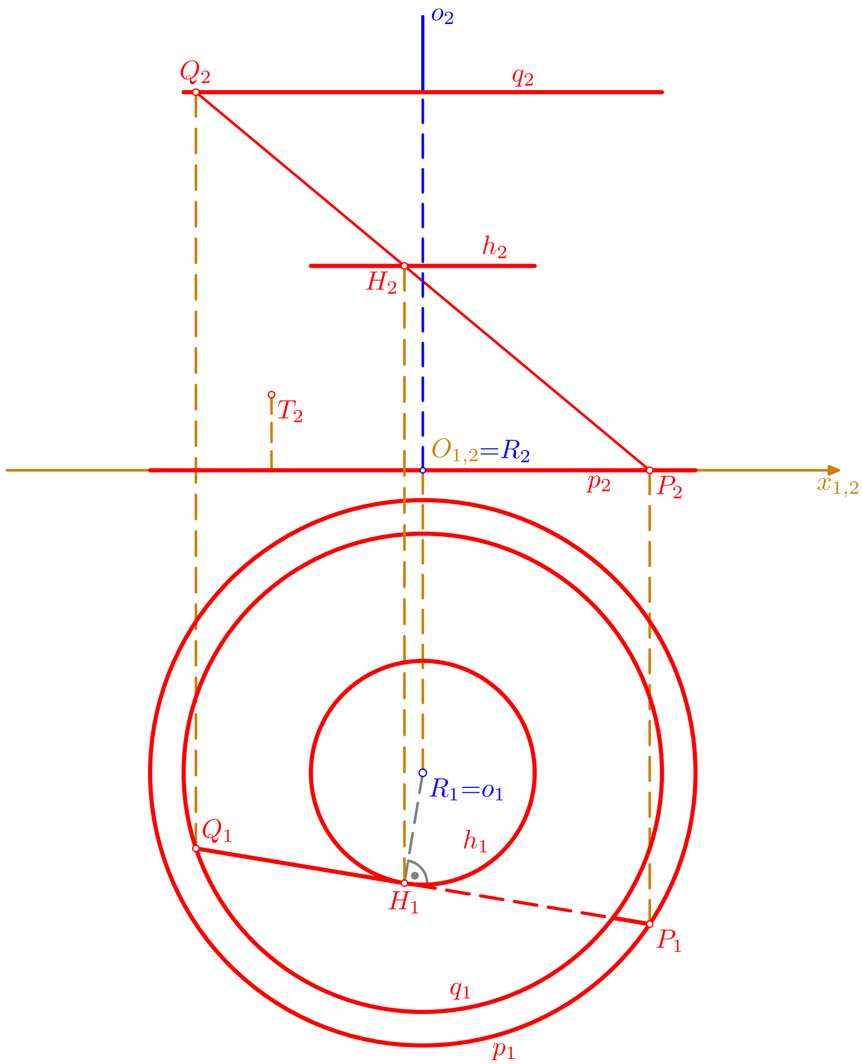
Příklad: V Mongeově promítání sestrojte tečnou rovinu τ v bodě T jednodílného rotačního hyperboloidu, který vznikne rotací úsečky PQ kolem osy $o \perp \pi, R \in o$; $R[0;4;0]$, $P[3;6;0]$, $Q[-3;5;5]$, $T[-2;y_T < y_R;1]$. (Počátek O zvolte 15 cm zdola.)



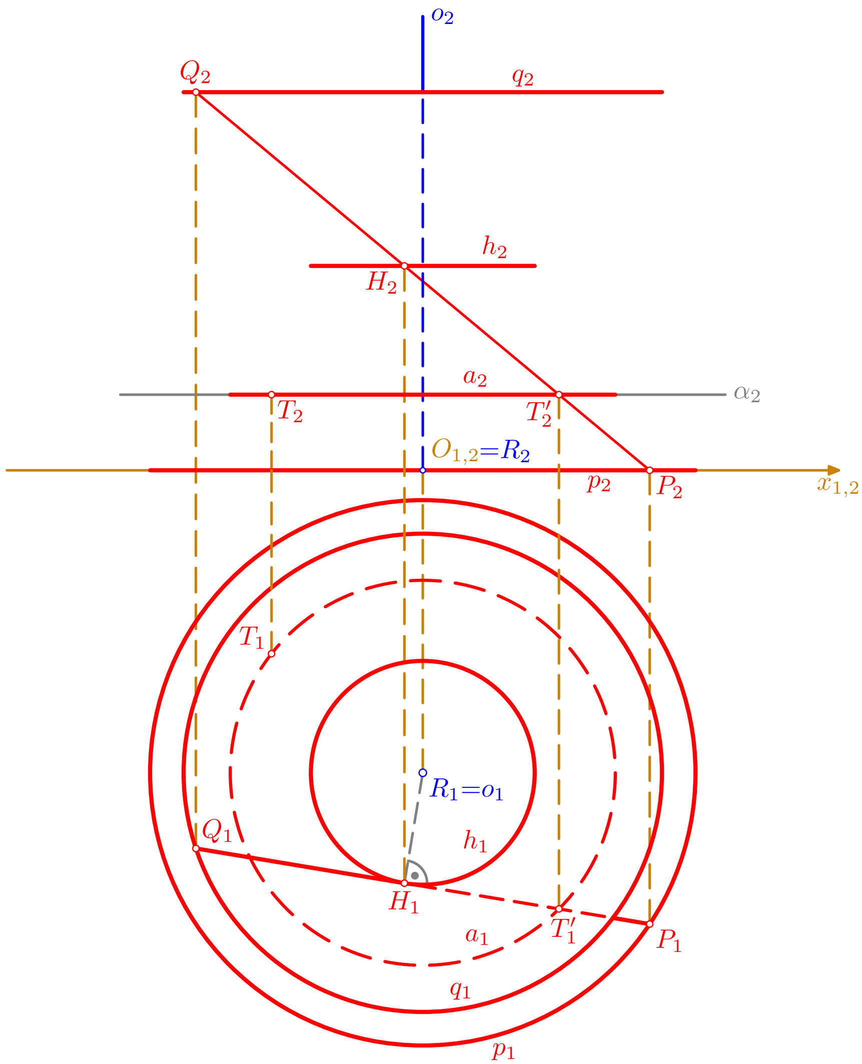
- podle zadání sestrojme sdružené průměty P_1, P_2, Q_1, Q_2 a R_1, R_2 (kde $R_2 = O_{1,2}$) daných bodů P, Q, R a zatím jen slabě vytáhněme půdorys P_1Q_1 a nárys P_2Q_2 úsečky PQ; půdorysem osy $o \perp \pi, R \in o$, je bod $o_1 = R_1$, pro její nárys o_2 platí $o_2 \perp x_{1,2}$ a $R_2 \in o_2$; daná úsečka PQ je s osou o mimoběžná a její rotací tedy vznikne část jednodílného rotačního hyperboloidu, který patří mezi zborcené (tj. do roviny nerozvinutelné) přímkové plochy a může být vytvořen také rotací hyperboly kolem její vedlejší osy souměrnosti, k čemuž se dostaneme v závěrečném kroku řešení této úlohy; k zadání doplňme ještě nárys T_2 bodu T



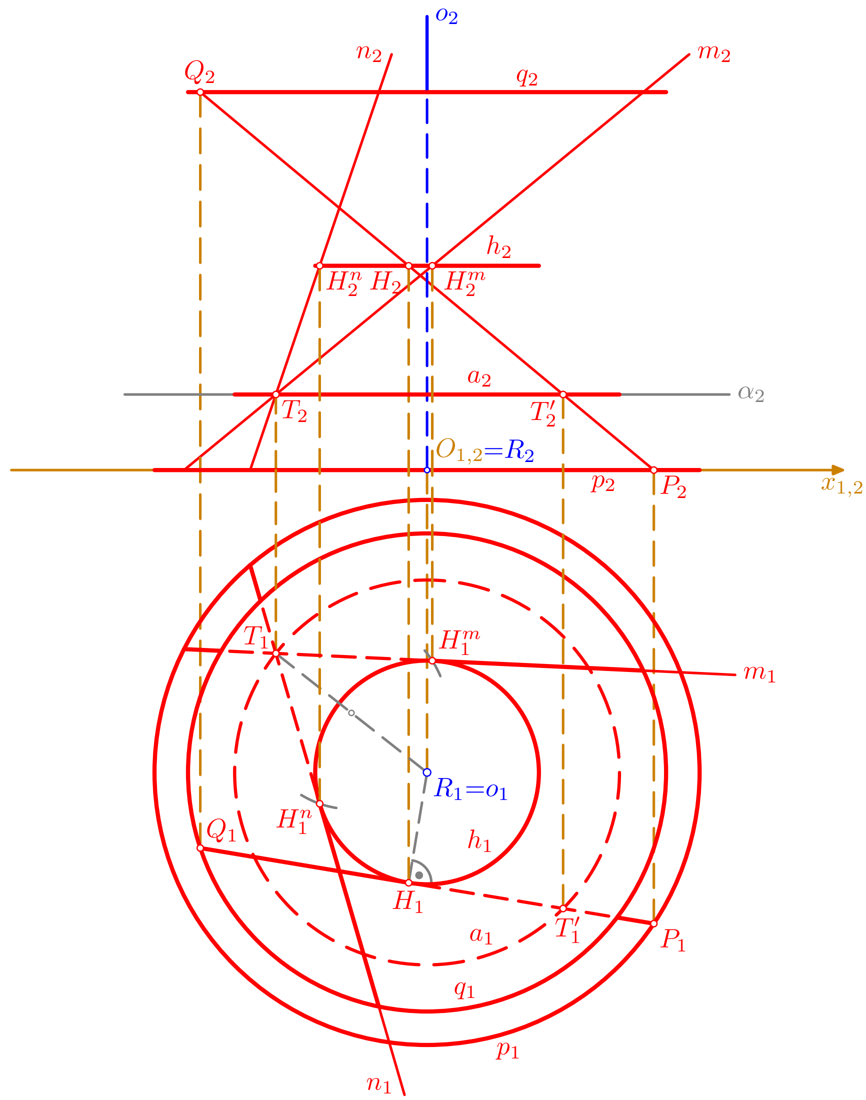
- rotací krajních bodů P, Q kolem osy o vzniknou hraniční rovnoběžkové kružnice p, q, kterými omezíme plochu zdola a shora; v půdoryse se tyto rovnoběžky zobrazí jako kružnice $p_1(R_1, |R_1P_1|)$, $q_1(R_1, |R_1Q_1|)$, jejich nárysy jsou úsečky p_2, q_2, které jsou souměrné podle přímky o_2, po řadě procházejí body P_2, Q_2 a mají délku $2|R_1P_1|, 2|R_1Q_1|$; konstrukci provedeme nejrychleji tímto způsobem: kolem bodu R_1 opíšeme bodem P_1 kružnici p_1 a její poloměr $|R_1P_1|$ naneseme od bodu $R_2 = O_{1,2}$ na osu $x_{1,2}$, čímž získáme krajní body úsečky p_2; podobně postupujeme při konstrukci sdružených průmětů kružnice q, pouze si nejprve v nárysu nachystáme rovnoběžku s osou $x_{1,2}$ vedenou bodem Q_2, abychom na ní mohli od přímky o_2 nanést délku $|R_1Q_1|$ a získat tak krajní body úsečky q_2



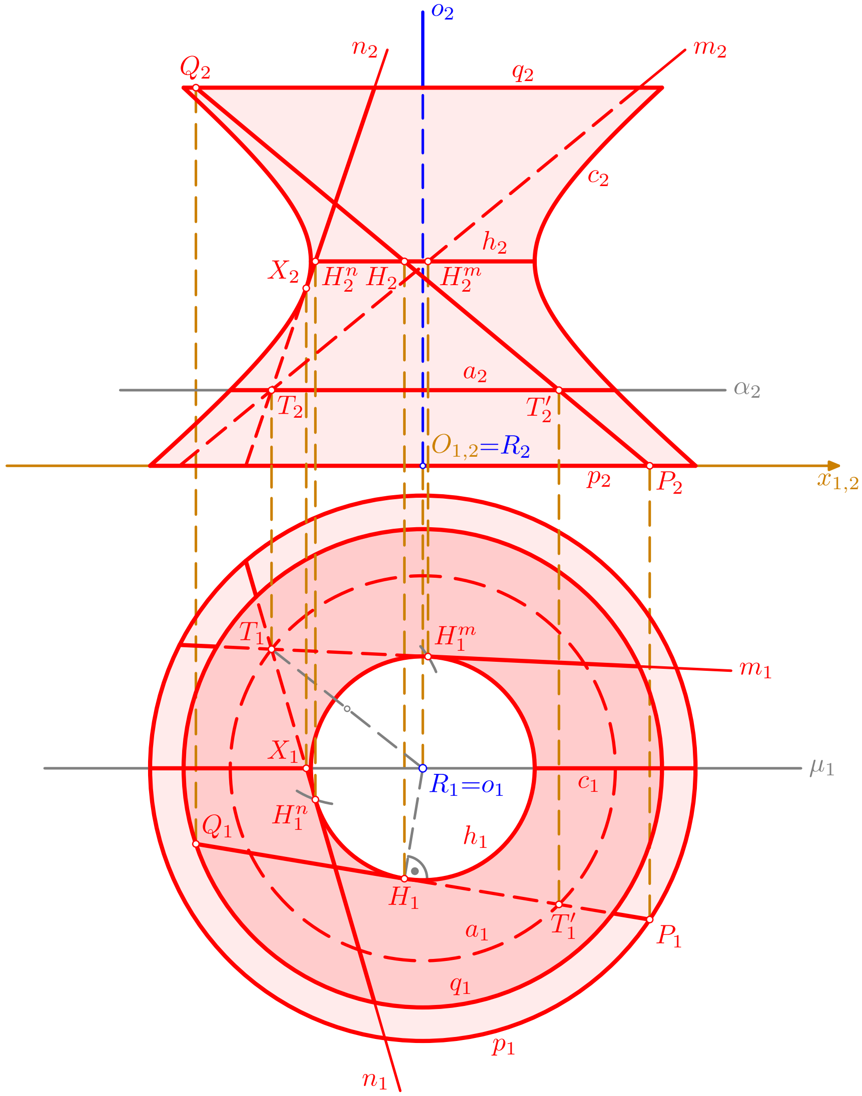
- hyperboloid omezíme ještě zevnitř tím, že na přímce PQ najdeme bod H, který je nejblíže k ose o a jehož rotací tedy vznikne **hrdelní** rovnoběžková kružnice h plochy; vlastně to znamená sestrojit osu (dříve nazývanou nejkratší příčka) mimoběžek o a PQ; díky tomu, že platí $o \perp \pi$ a $o_1 = R_1$, je konstrukce v průmětech jednoduchá: stačí bodem R_1 spustit kolmici na přímku P_1Q_1, a její pata je půdorysem H_1 hledaného bodu H; jeho nárys H_2 najdeme na ordinále a na nárysu P_2Q_2 úsečky PQ; v půdoryse ještě doplňme kružnici $h_1(R_1, |R_1H_1|)$, která je půdorysem zmíněné hrdelní rovnoběžky h; nárysem kružnice h je opět úsečka h_2, která je rovnoběžná s osou $x_{1,2}$, prochází bodem H_2, má střed na přímce o_2 a její délka je rovna průměru $2|R_1H_1|$ kružnice h_1; na závěr tohoto kroku poznamenejme, že střed S hrdla h je současně středem celého hyperboloidu (v obrázku nejsou sdružené průměty bodu S označeny ani popsány)



- mezikruží ohraničené kružnicemi p_1, q_1 je půdorysem jakéhosi úpatí plochy, a při pohledu shora vidíme vnější stranu této části hyperboloidu; naopak mezikruží mezi kružnicemi q_1, h_1 je půdorysem jícnu plochy, kde vidíme její vnitřní stranu (není na škodu rozlišit obě strany plochy barevně, což bude provedeno v závěrečném kroku konstrukce); odtud vyplývá také vytažení viditelnosti půdorysu P_1Q_1 úsečky PQ; najděme bod T na ploše: přímka $\alpha_2 \parallel x_{1,2}, T_2 \in \alpha_2$, je nárysem roviny $\alpha \perp o$, která protíná úsečku PQ v bodě T' (v nárysе je $T'_2 = \alpha_2 \cap P_2Q_2$, půdorys T'_1 leží na ordinále a na P_1Q_1), jehož rotací kolem osy o vznikne rovnoběžková kružnice a (půdorysem je kružnice $a_1(R_1, |R_1T'_1|)$, nárysem úsečka a_2 na α_2), na níž musí ležet také bod T; ordinála vedená bodem T_2 protíná kružnici a_1 ve dvou bodech, z nichž podle zadání ($y_T < y_R$) vybereme a označíme T_1 ten, který leží blíže k ose $x_{1,2}$; viditelnost kružnice a v půdoryse je zřejmá z předchozího výkladu



- tečná rovina τ v bodě T zborceného hyperboloidu je určena dvěma přímka m, n různých regulů plochy, přičemž přímka m vznikne rotací přímky PQ kolem osy o a přímka n je s přímkou m souměrná podle meridiánové roviny určené osou o a bodem T; půdorysem rotačního pohybu kolem osy o je zřejmě otáčení kolem bodu $o_1 = R_1$ a úsečka P_1Q_1 je při tomto otáčení stále tečnou kružnice h_1; půdorys m_1 přímky m je tedy tečnou ke kružnici h_1 vedenou bodem T_1; podobně je půdorys n_1 přímky n druhého regulu tečnou kružnice h_1 souměrnou s m_1 podle přímky R_1T_1; příslušné body dotyku označme H_1^m, H_1^n – jsou to půdorysy průsečíků H^m, H^n přímek m, n s hrdlem h, a jejich nárysy H_2^m, H_2^n najdeme pomocí ordinál na úsečce h_2; nárysy $m_2 = T_2H_2^m, n_2 = T_2H_2^n$ přímek m, n nebudeme vytahovat příliš silně, jejich viditelnost v náryse stanovíme až v následujícím kroku; čtenář si může pro zajímavost zkusit najít sdružené průměty průsečíků přímek m, n s hraničními rovnoběžkami p, q



- viditelnost přímek m, n v půdoryse byla stanovena již v předchozím kroku podobně jako viditelnost úsečky PQ; v nárysе je vidět přední polovina plochy, která leží před rovinou $\mu \parallel \nu, o \in \mu$, hlavního meridiánu; tímto hlavním meridiánem je část hyperboly c, jejím půdorysem c_1 jsou dvě úsečky, které leží na přímce μ_1 a současně v mezikruží ohraničeném kružnicemi h_1, p_1; nárys c_2 hyperboly c prochází krajními body úseček p_2, a_2, h_2, q_2, přičemž krajní body nárysu h_2 hrdla h jsou vrcholy hyperboly c_2; z půdorysu je vidět, že úsečka PQ, resp. úsečka na přímce m, leží před, resp. za, rovinou μ, a tudíž bude v nárysе vytažena plně, resp. čárkovaně; viditelnost přímky n v nárysе stanovíme pomocí průsečíku $X = n \cap \mu$, kde $X_1 = n_1 \cap \mu_1$ a nárys X_2 odvodíme po ordinále na přímce n_2, která se v bodě X_2 dotýká hyperboly c_2; tím je úloha vyřešena

□