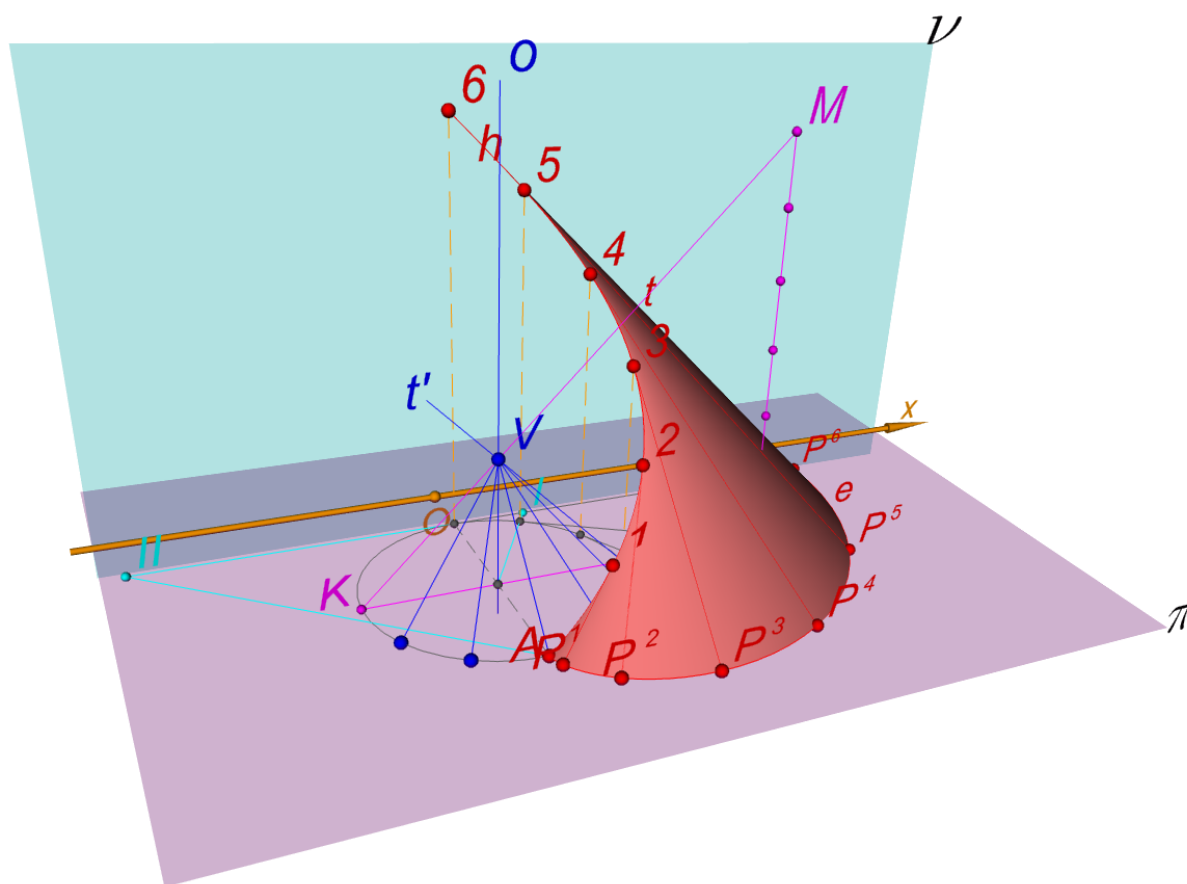


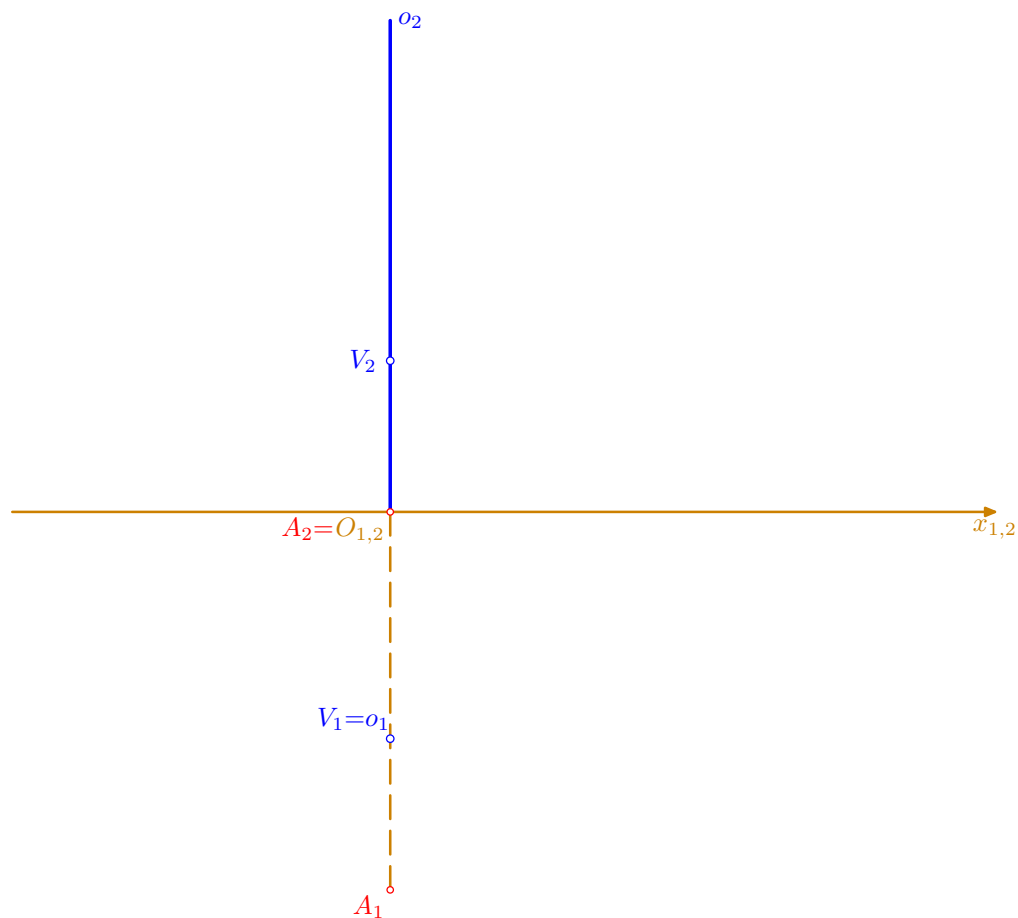


Řešené úlohy

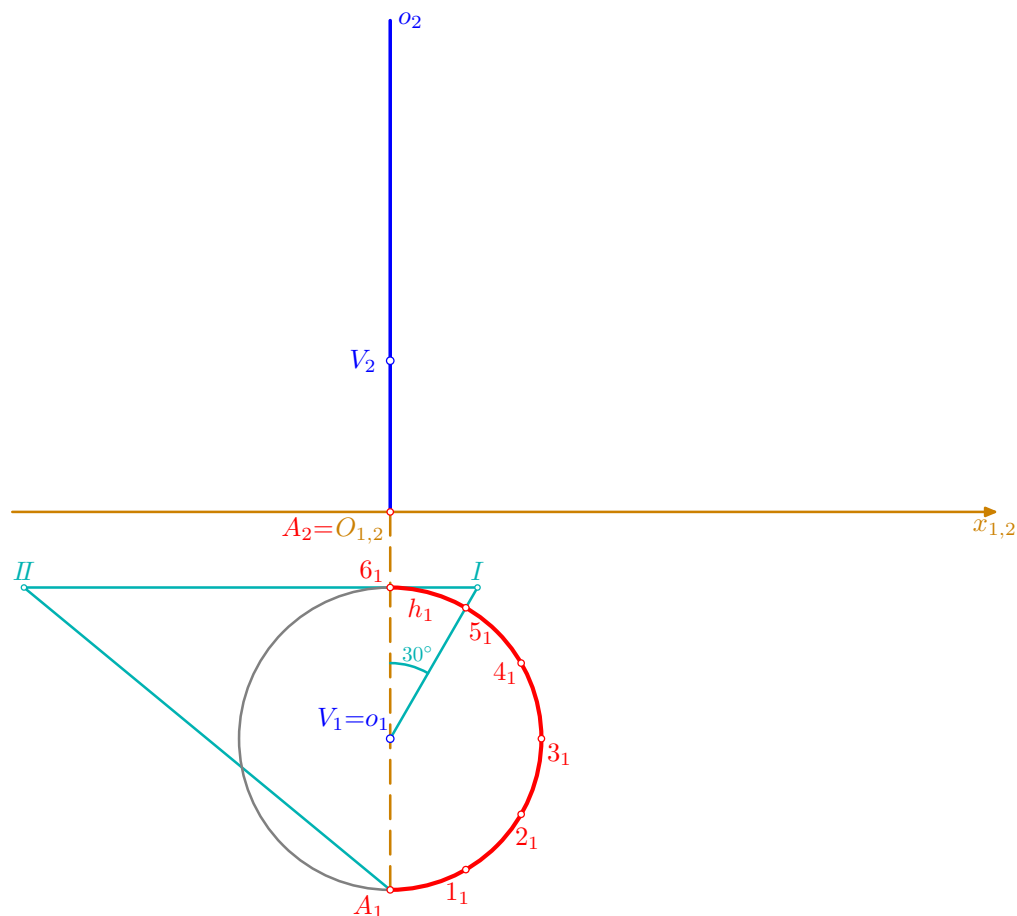


Rozvinutelná šroubová plocha v Mongeově promítání

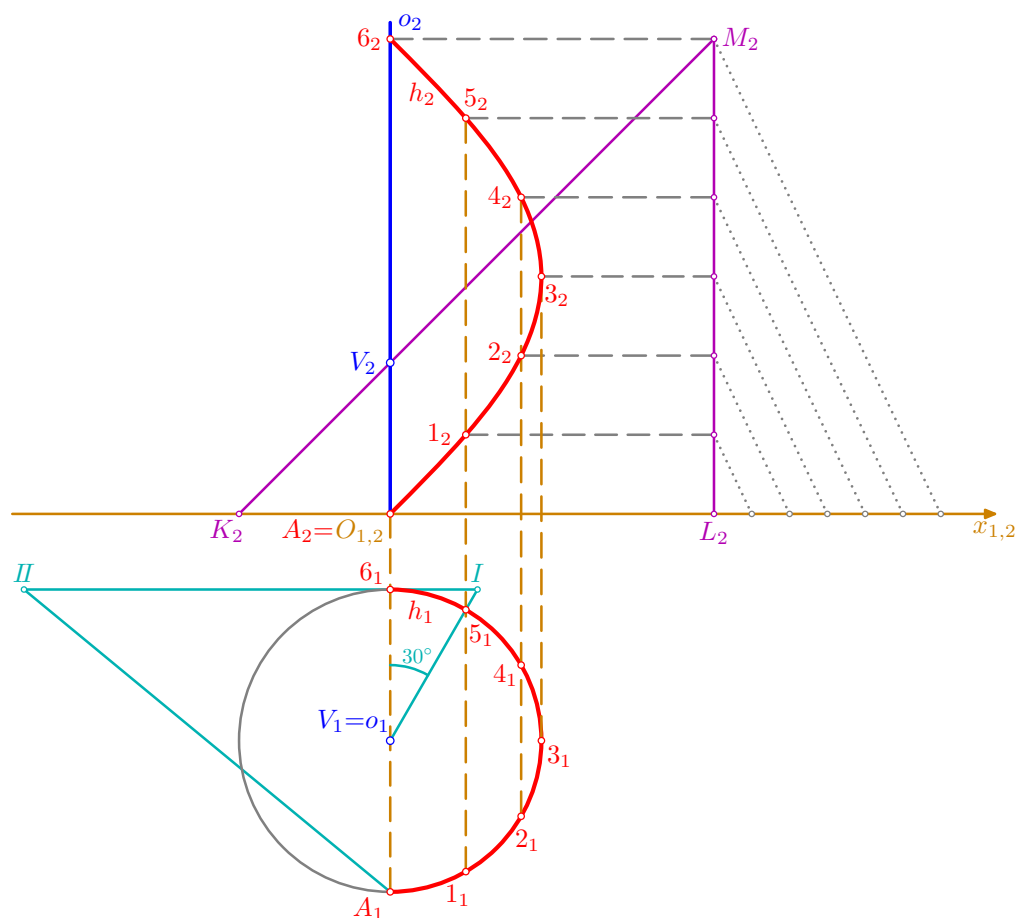
Příklad: V Mongeově promítání zobrazte půl závitů rozvinutelné šroubové plochy, jejíž hranou vratu je pravotočivá šroubovice, která prochází bodem A , má vrchol V kuželové plochy tečen a osu $o \perp \pi, V \in o$; plochu omezte hranou vratu a půdorysnou a proveďte rozvinutí této její části do roviny; $A[0; 5; 0], V[0; 3; 2]$.



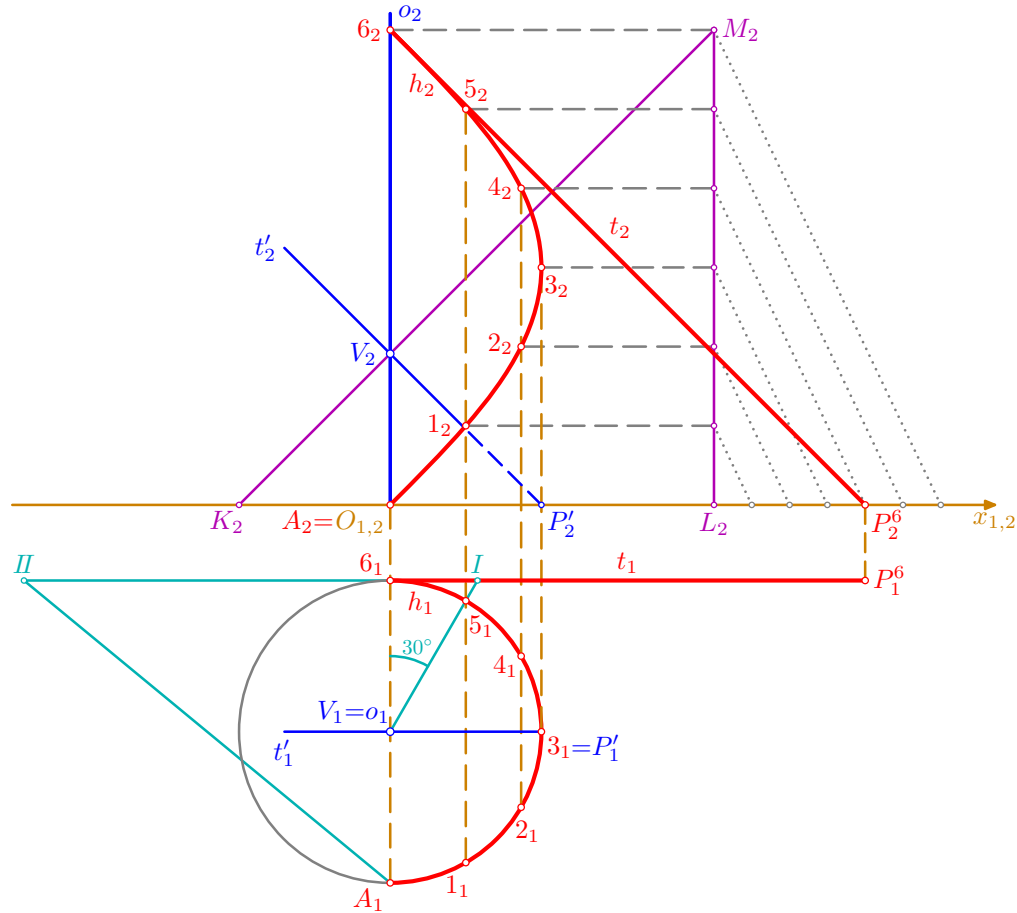
- podle zadání sestrojme sdružené průměty A_1, A_2 (kde $A_2 = O_{1,2}$) a V_1, V_2 daných bodů A, V ; půdorysem osy $o \perp \pi, V \in o$ je bod $o_1 = V_1$, jejím nárysem je přímka $o_2 = A_2V_2$



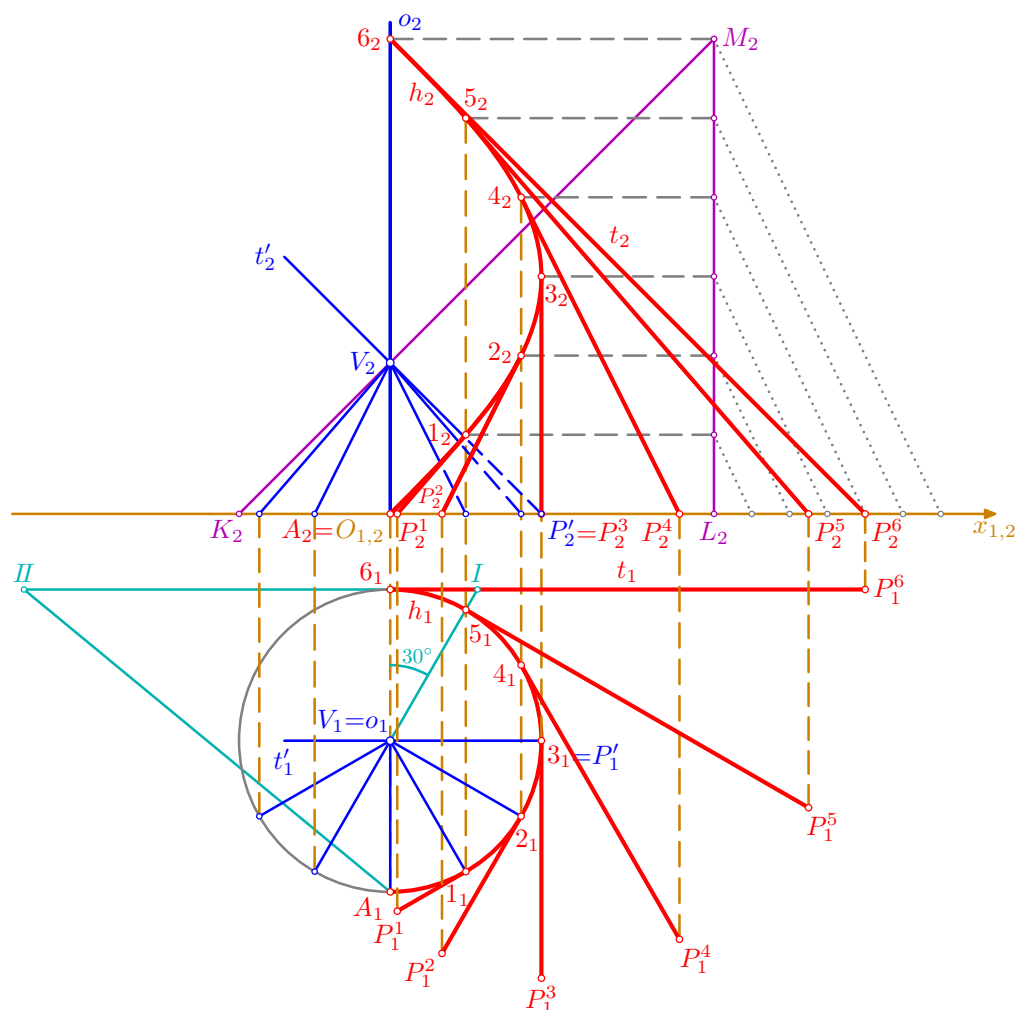
- hranou vratu plochy je pravotočivá šroubovice h , která vznikne šroubováním bodu A kolem osy o při redukované výšce $v_0 = z_V = 2$ závitů; půdorysem šroubovice h je kružnice $h_1(V_1, r = |V_1A_1|)$, na níž můžeme sestrojit půdorysy $1_1, 2_1, \dots, 6_1$ (od bodu A_1 po 30° proti směru hodinových ručiček) dalších šesti bodů $1, 2, \dots, 6$, které leží na konstruované polovině závitů šroubovice h ; abychom mohli v následujícím kroku zjistit délku poloviny výšky v závitů, nachystejme si ještě v půdoryse délku poloviny kružnice h_1 : podle Kochaňského rektifikace sestrojme na tečně kružnice h_1 v bodě 6_1 pomocné body I, II , kde $|III| = 3r$, a získáme tak, s malou chybou, hledanou délku $\pi r \doteq |IIA_1|$



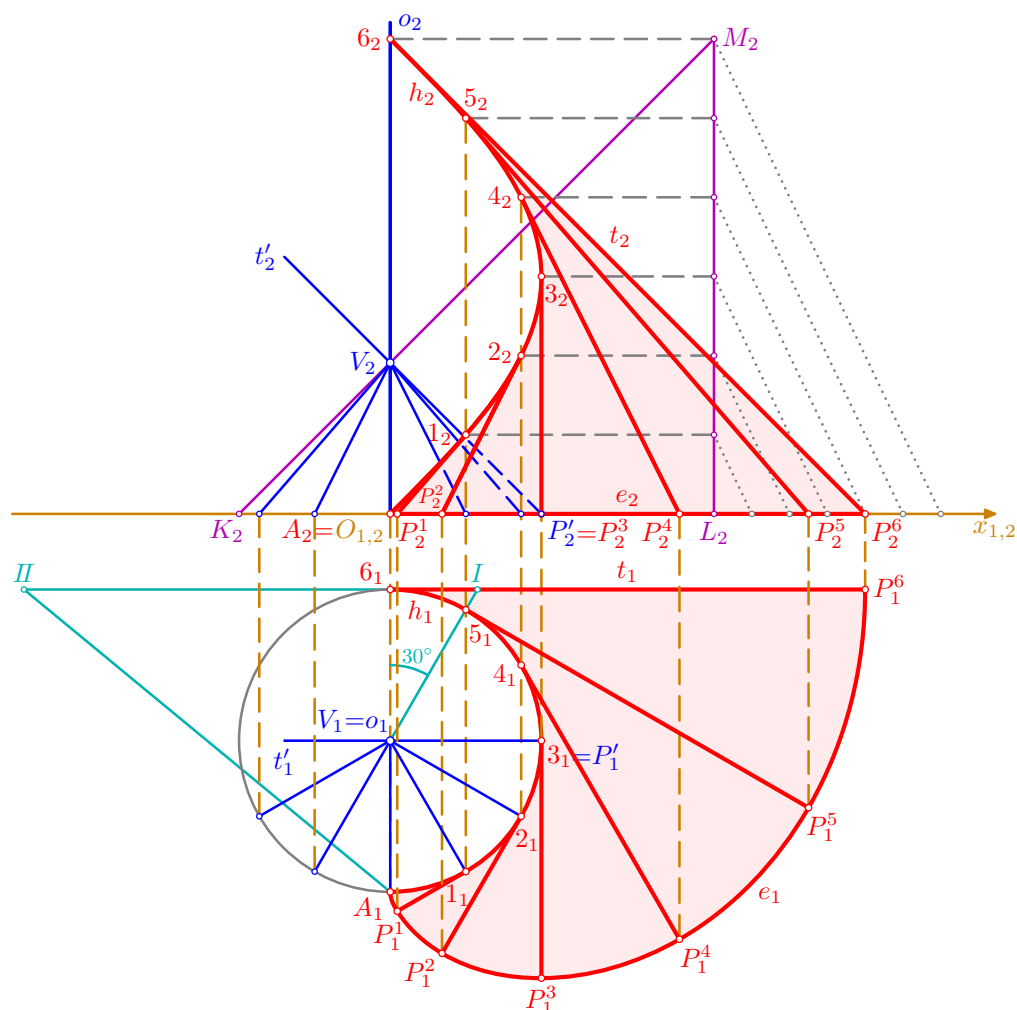
- nejprve určíme polovinu a následně dvanáctinu výšky v závitu, a to pomocí charakteristického trojúhelníka KLM šroubovice h ; na ose $x_{1,2}$ nanесme délku $r = |V_1A_1| = 2$ doleva od bodu A_2 a takto získaný koncový bod označme K_2 ; od něj směrem doprava (opět na ose $x_{1,2}$) nanесme délku $|IIA_1| \doteq \pi r$ (zjištěnou v předchozím kroku) a krajní bod označme L_2 ; třetí vrchol M_2 nárysu trojúhelníka KLM pak musí ležet na přeponě K_2V_2 a na kolmici k ose $x_{1,2}$ vedené bodem L_2 ; délka odvěsny L_2M_2 udává polovinu výšky v závitu, tj. $\frac{v}{2} = |L_2M_2|$; tuto délku rozdělme na šest stejných dílů a získáme tak výšky bodů $1, 2, \dots, 6$ šroubovice h , jejichž příslušné nárysy doplníme snadno pomocí ordinál (příslušné konstrukce jsou zřejmé z obrázku); tím máme sestrojeny sdružené průměty h_1, h_2 poloviny závitu šroubovice h – hrany vratu dané rozvinutelné šroubové plochy



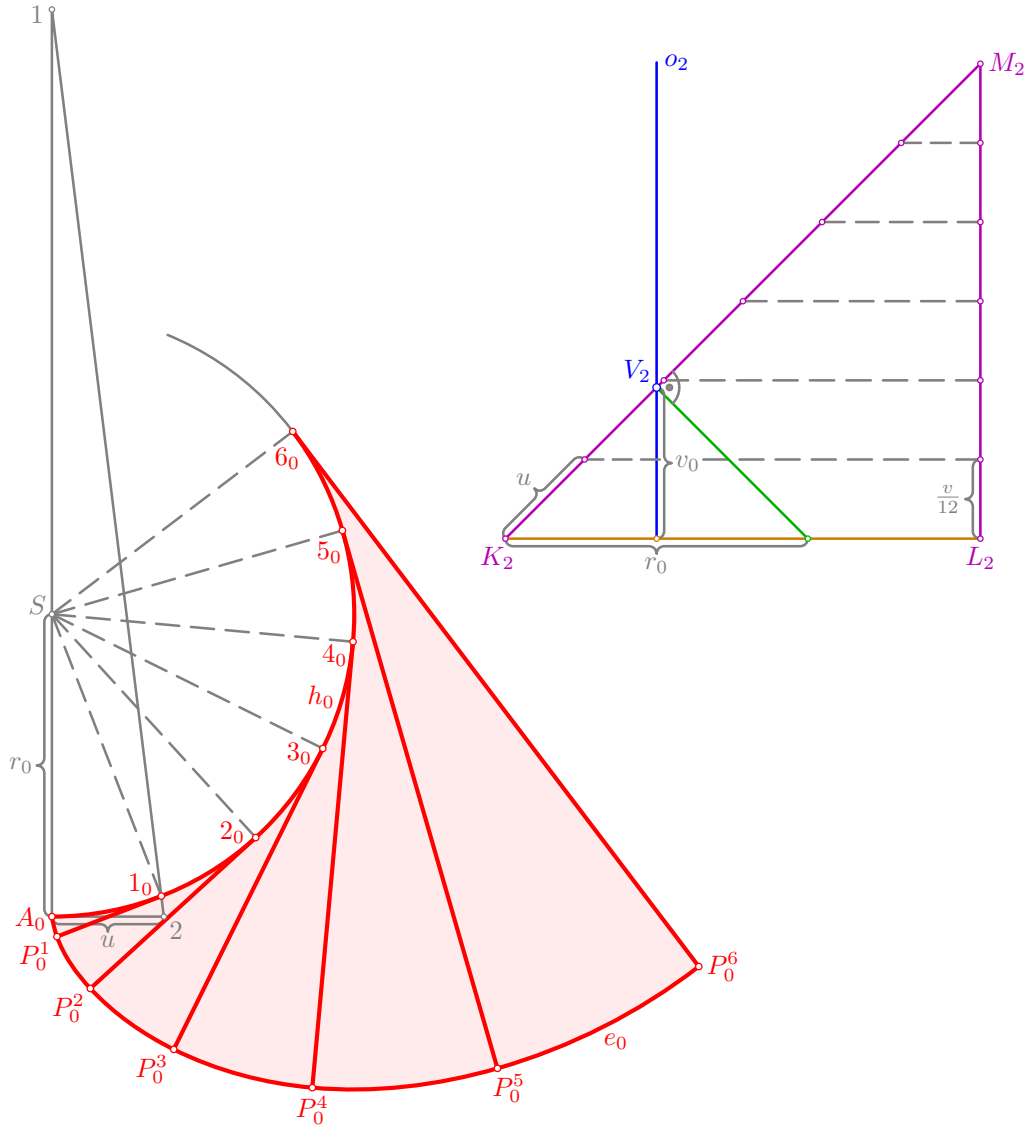
- dále budeme v bodech $1, 2, \dots, 6$ sestrojovat tečny ke šroubovici h , postup popíšeme podrobněji pro konstrukci tečny t v bodě 6: půdorys t_1 je tečna ke kružnici h_1 v bodě 6_1 ; přímka $t'_1 = P'_1V_1$, kde bod $P'_1 = 3_1$ dostaneme otočením bodu 6_1 po kružnici h_1 o 90° proti směru stoupání šroubovice h , je půdorysem přímky $t' = P'V$, která leží na příslušné kuželové ploše tečen a je rovnoběžná s hledanou tečnou t ; nárys P'_2 leží na ordinále a na ose $x_{1,2}$ a dále platí $t_2 \parallel t'_2, 6_2 \in t_2$, přičemž $t'_2 = P'_2V_2$ (pro zajímavost poznamenejme, že v blízkosti průsečíku přímky t_2 s úsečkou L_2M_2 vzniká zajímavý optický klam „nalomení“ přímky t_2 , způsobený pěti tečkovanými rovnoběžkami, které sloužily k rozdělení úsečky L_2M_2 na šest stejných dílů); doplněme ještě půdorysný stopník $P^6 = t \cap \pi$ sestrojené tečny t : v náryse je $P_2^6 = t_2 \cap x_{1,2}$ a půdorys P_1^6 leží na ordinále a na přímce t_1



- stejným způsobem jako v předchozím kroku sestrojme sdružené průměty tečen šroubovice h i v jejích zbývajících bodech $1, 2, \dots, 5$ a opět doplníme nárysy a následně na ordinálách půdorysy příslušných půdorysných stopníků P^1, P^2, P^3, P^4, P^5 ; půdorys P_1^3 stopníku P^3 ovšem nenajdeme tak snadno, neboť body $3_2, P_2^3, 3_1$ leží na stejné ordinále; ze zadání vyplývá, že šroubovice h má sklon $\varphi = 45^\circ$ (je totiž $r = v_0$) a tentýž sklon vzhledem k půdorysně má tedy také každá její tečna; odtud již snadno odvodíme $|P_1^3 3_1| = |P_2^3 3_2|$; při jiném zadání bychom mohli využít např. sklopení půdorysně promítací roviny tečny v bodě 3 do půdorysny, nebo bychom vzdálenost $|P_1^3 3_1|$ mohli určit pomocí nárysu $K_2 L_2 M_2$ charakteristického trojúhelníka šroubovice h (zkuste si to promyslet jako cvičení...)



- dá se dokázat, že pro délky kruhových oblouků na kružnici h_1 platí $|\widehat{A_1 1_1}| = |1_1 P_1^1|$, $|\widehat{A_1 2_1}| = |2_1 P_1^2|, \dots, |\widehat{A_1 6_1}| = |6_1 P_1^6|$, z čehož vyplývá, že půdorysné stopníky $P^1, P^2, \dots, P^6$ sestrojených tečen leží na tzv. **evolventě** e kružnice h_1 ; ta leží v půdorysně, a tudíž splývá se svým půdorysem e_1 , jejím nárysem je úsečka $e_2 = A_2 P_2^6$ na ose $x_{1,2}$; tím je úloha v průmětech vyřešena



- pro rozvinutí sestrojené (a v předchozích krocích zobrazené) části plochy je užitečné překreslit si nárys $K_2L_2M_2$ charakteristického trojúhelníka šroubovice h a označit v něm několik užitečných údajů: především si uvědomme, že délka přepony K_2M_2 je současně délkou poloviny závitu šroubovice h , a tudíž platí $u = \frac{1}{6}|K_2M_2| = |\widehat{A1}| = |\widehat{12}| = \dots = |\widehat{56}|$, kde $\widehat{A1}, \widehat{12}, \dots, \widehat{56}$ jsou jednotlivé oblouky šroubovice h mezi jejími sousedními dělicími body; dále se dá ukázat, že šroubovice h má v každém bodě stejný tzv. **poloměr r_0 křivosti**, pro který platí $r_0 = \frac{r^2 + v_0^2}{r}$, kde $r = |K_2O_2| = 2$ je poloměr šroubovice h a $v_0 = z_V = 2$ je její redukovaná výška závitu; délku r_0 lze také snadno sestrojit v trojúhelníku $K_2L_2M_2$, stačí vést bodem V_2 kolmici k přeponě K_2M_2 , určit její průsečík s osou $x_{1,2}$ a odměřit jeho vzdálenost od bodu K_2 (z Pythagorovy věty je $|K_2V_2| = \sqrt{r^2 + v_0^2}$ a podle Eukleidovy věty o odvěsně má tedy vskutku sestrojená přepona

délku $r_0 = \frac{r^2+v_0^2}{r}$, při našem zadání vychází $r_0 = 4$, což je vidět z obrázku nebo to lze snadno spočítat); nyní již můžeme přistoupit k závěrečnému rozvinutí: v něm šroubovice h přejde do kružnice $h_0(S, r_0)$ (její střed S zvolme libovolně); na kružnici h_0 zvolme bod A_0 a od něj na ni nanесme délku u – to provedeme pomocí Sobotkovy rektifikační metody: na polopřímce A_0S sestrojme bod 1, kde $|1A_0| = 3r_0$ (nebo $|1S| = 2r_0$), na tečně ke kružnici h_0 v bodě A_0 sestrojme bod 2 tak, aby bylo $|A_02| = u$; pak úsečka 12 protne kružnici h_0 v bodě 1_0 , pro který je $\widehat{A_01_0} \doteq u$; nyní již snadno doplníme další body $2_0, 3_0, \dots, 6_0$ rozvinuté šroubovice h ; na závěr stačí v každém z těchto bodů sestrojit tečnu ke kružnici h_0 , nanést na ni (v příslušném směru) odpovídající násobek délky u , tj. sestrojit body $P_0^1, P_0^2, \dots, P_0^6$, kde $|1_0P_0^1| = u, |2_0P_0^2| = 2u, \dots, |6_0P_0^6| = 6u$ (tyto délky můžeme odměřit na přeponě K_2M_2), a spojit tyto koncové body evolventou e_0 kružnice h_0 , do níž se rozvine evolventa $e = e_1$ kružnice h_1 z předchozího obrázku; tím je rozvinutí plochy do roviny provedeno, určitě si zkuste výsledek vystříhnout z papíru a „postavit“ nad sestrojený půdorys...

□