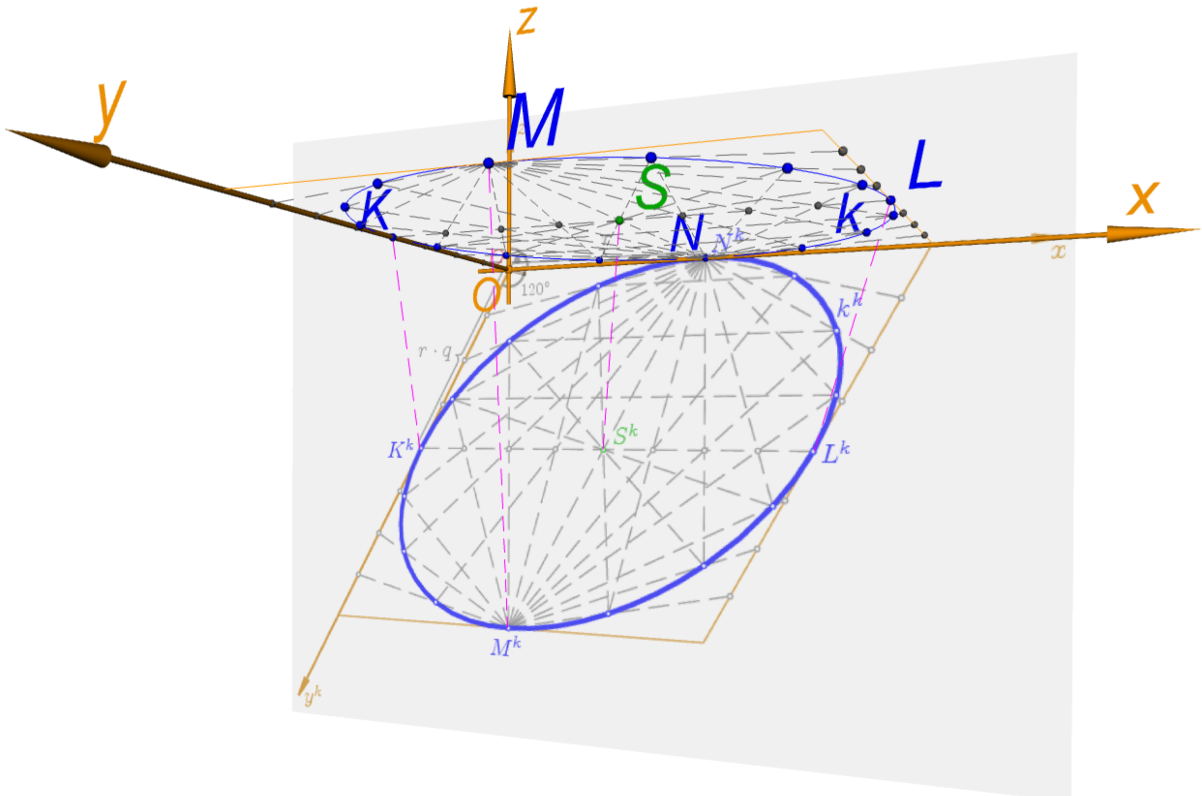
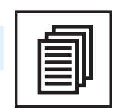
Zobrazení kružnice v kosoúhlém promítání

Zobrazení kružnice ležící v souřadnicové rovině





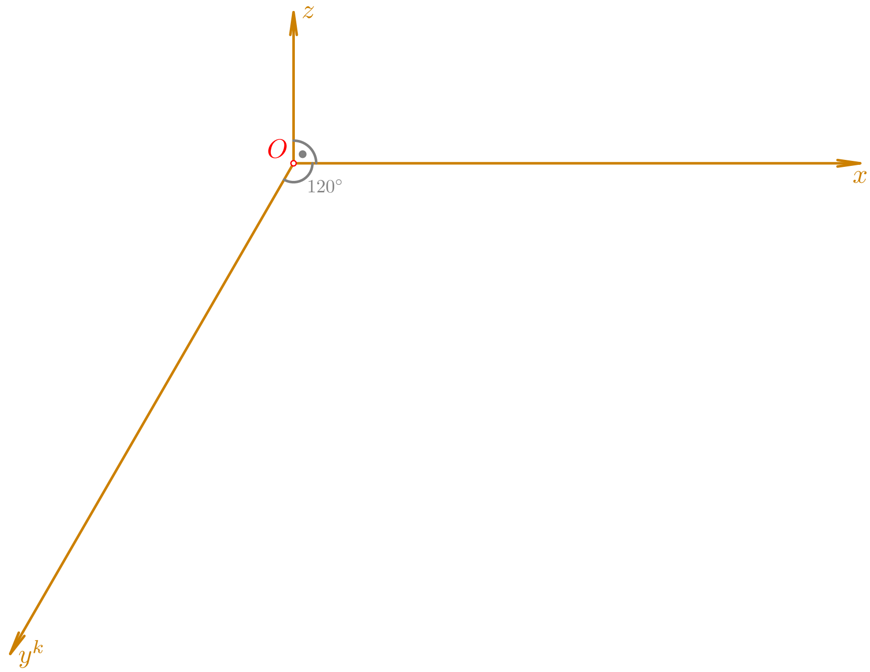
Výklad

- obecně je promítacím útvarem dané kružnice k kosá kruhová válcová plocha Φ, pro niž je k řídicí kružnicí a směr tvořicích přímek je dán směrem kosoúhlého promítání; kosoúhlým průmětem takové kružnice k je pak křivka k^k řezu plochy Φ průmětnou kosoúhlého promítání, tedy obecně **elipsa**, nebo speciálně **kružnice**

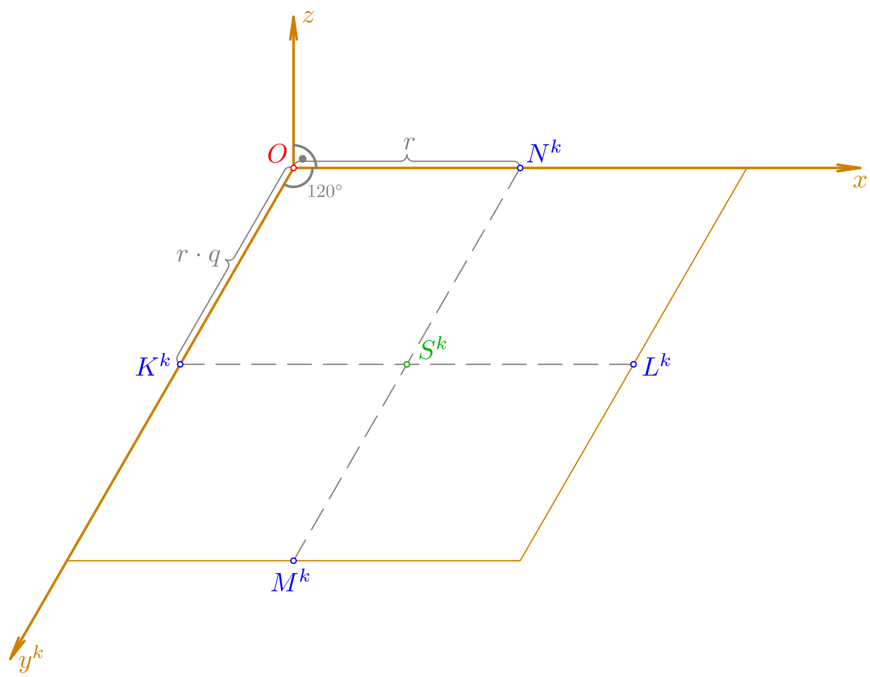
- konkrétnější postupy jsou provedeny nebo popsány v následujícím příkladu...

Řešené úlohy

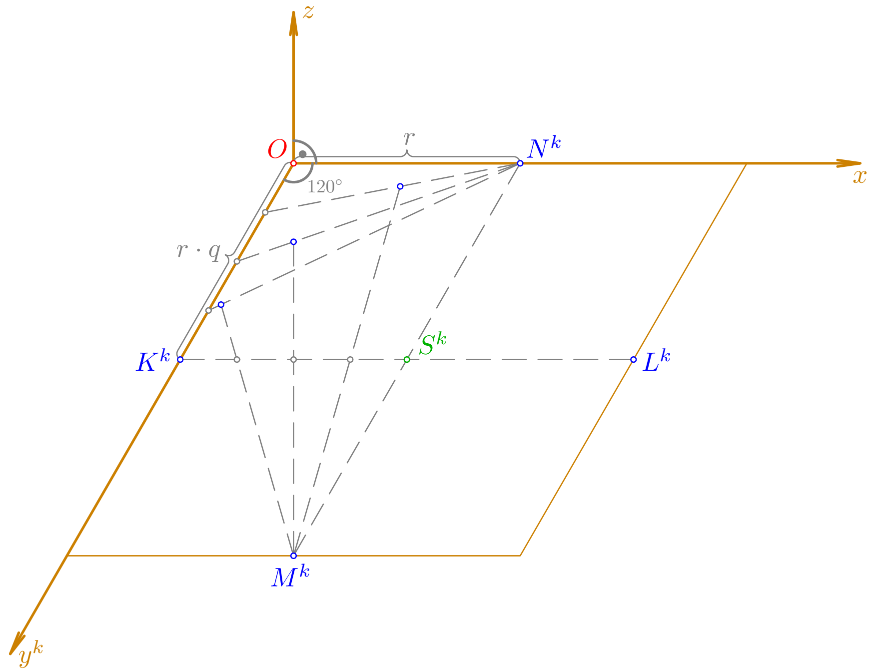
Příklad: V kosoúhlém promítání do nárysny ν ($\omega = 120°$, $q = 1$) zobrazte kružnici $k(S, r)$ ležící v půdorysně π; $S[r; r; 0], r = 3$.



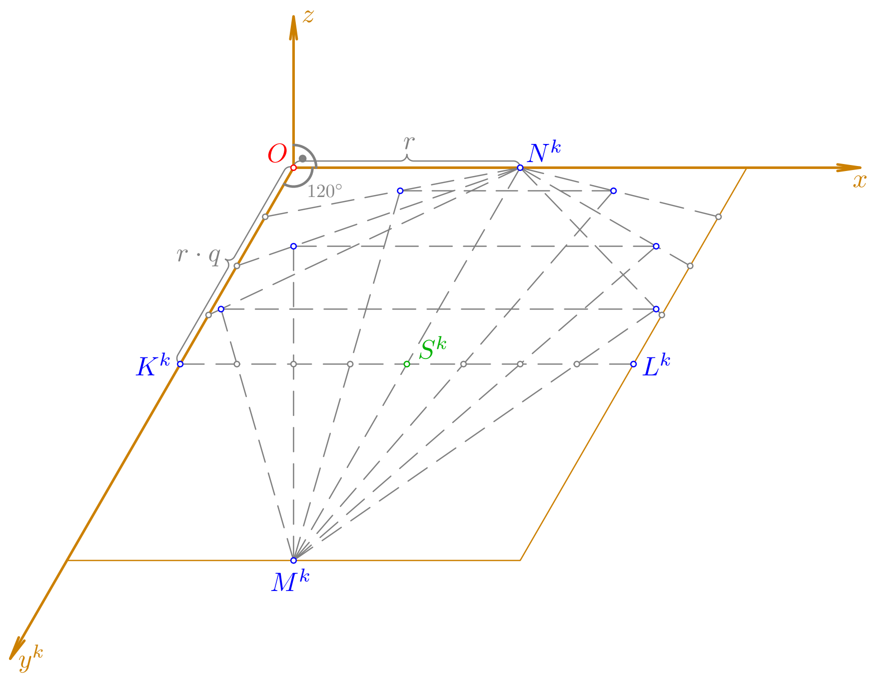
- zadání kosoúhlého promítání – osy x, z leží v nárysně a jejich kolmost se zachová, osa $y \perp \nu$ se promítne do přímky y^k, přičemž se uplatní zadaný úhel zkosení ($\omega = 120°$)



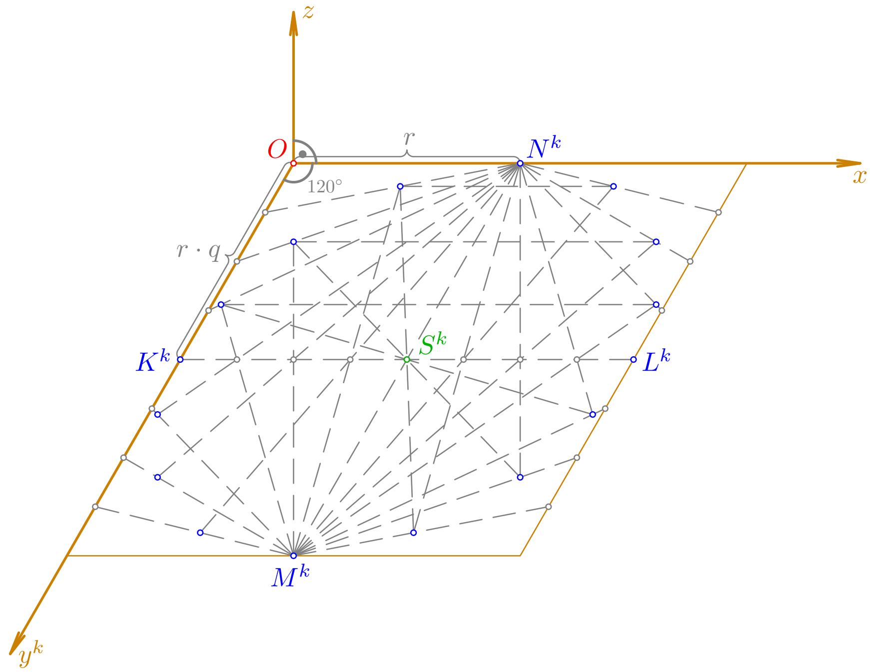
- vynesme souřadnice bodu $S[3; 3; 0]$: x-ová se zachová, y-ová se násobí daným kvocientem $q = 1$, a v tomto případě se tedy také zachová ve skutečné velikosti; dle zadání se kružnice k dotýká os x, y – body dotyku označme po řadě N, K, body s nimi souměrné podle středu S pak pojmenujme M, L; při našem zadání se tak tečnový čtverec, který má střední příčky KL, MN zobrazí jako kosočtverec se středními příčkami K^kL^k, M^kN^k



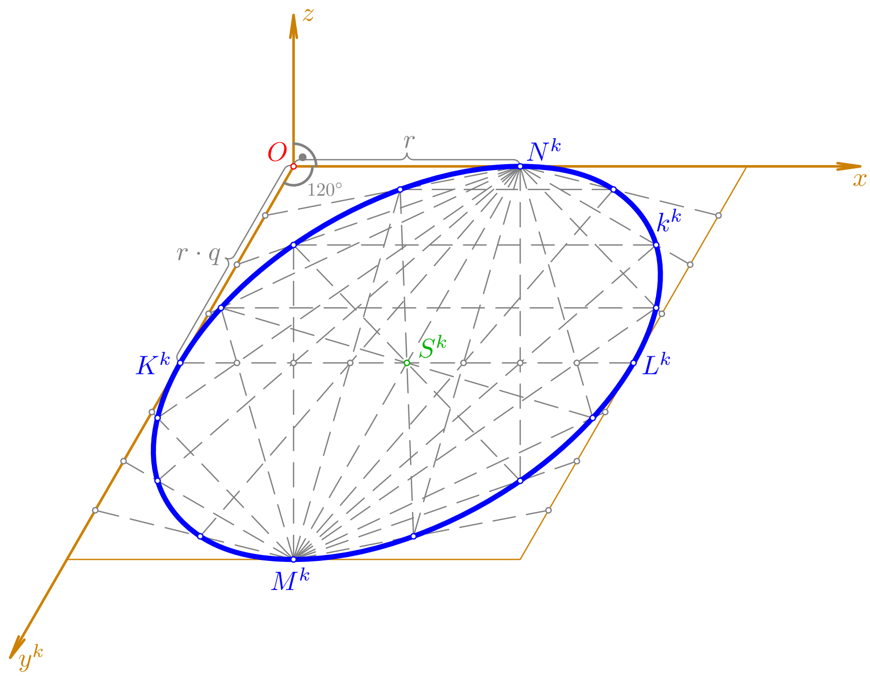
- průměry $KL \perp MN$ kružnice k se promítnou do sdružených průměrů K^kL^k, M^kN^k elipsy k^k, jejíž další body tak můžeme sestrojovat pomocí tzv. *příčkové konstrukce* – podrobněji je tato popsána v kapitole Afinní vztah kružnice a elipsy



- současně je možné zmíněnou příčkovou konstrukci kombinovat s kosoúhlým průmětem osové souměrnosti podle přímky MN



- případně je možné využít i středovou souměrnost se středem v bodě S^k



- pokud pomocí příčkové kce sestrojíme dostatečný počet bodů elipsy k^k, lze tuto křivku, která je průmětem dané kružnice k v daném kosoúhlém promítání, již poměrně snadno a pěkně vytáhnout jen od ruky

□

Dovětek k příkladu

Pro úplnost dodejme, že hlavní a vedlejší vrcholy elipsy k^k můžeme díky znalosti dvojice jejích sdružených průměrů K^kL^k, M^kN^k sestrojit například pomocí tzv. Rytzovy konstrukce...

Nebo je možné využít skutečnosti, že se jedná o tzv. **isometric ellipse** (odpovídající český termín *izometrická elipsa* dosud nebyl zaveden), tedy o zobrazení nějaké kružnice, jež leží v některé ze souřadnicových rovin, v pravoúhlé izometrii. Pro délky a, b jejích poloos platí $\frac{b}{a} = \tan 30°$ (tj. $a^2 = 3b^2$), a je pro ni tak možno dokázat následující větu:

Kružnice, která prochází všemi krajními body shodných sdružených průměrů tzv. ***izometrické elipsy****, protíná její hlavní osu v jejích ohniskách.*