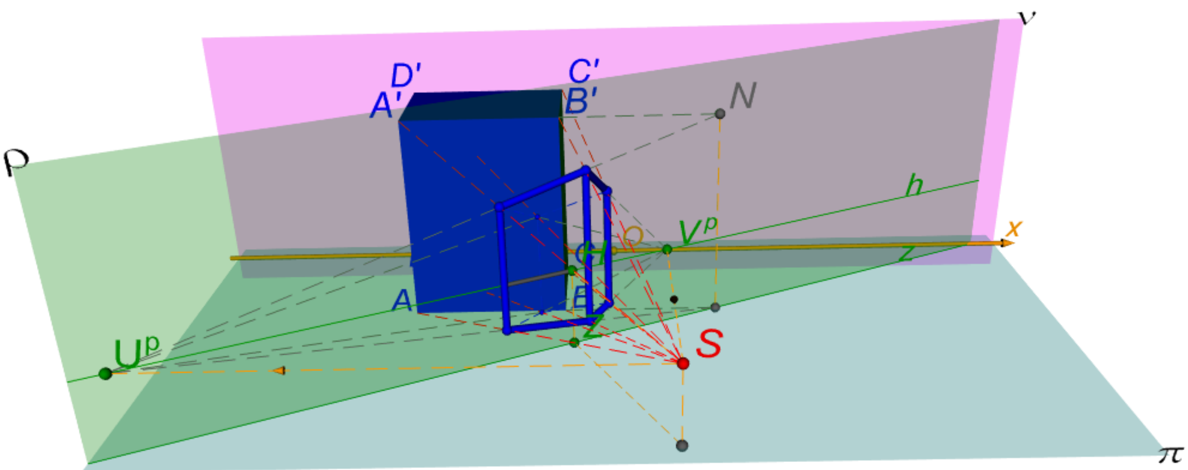
Vázané metody lineární perspektivy

Výklad

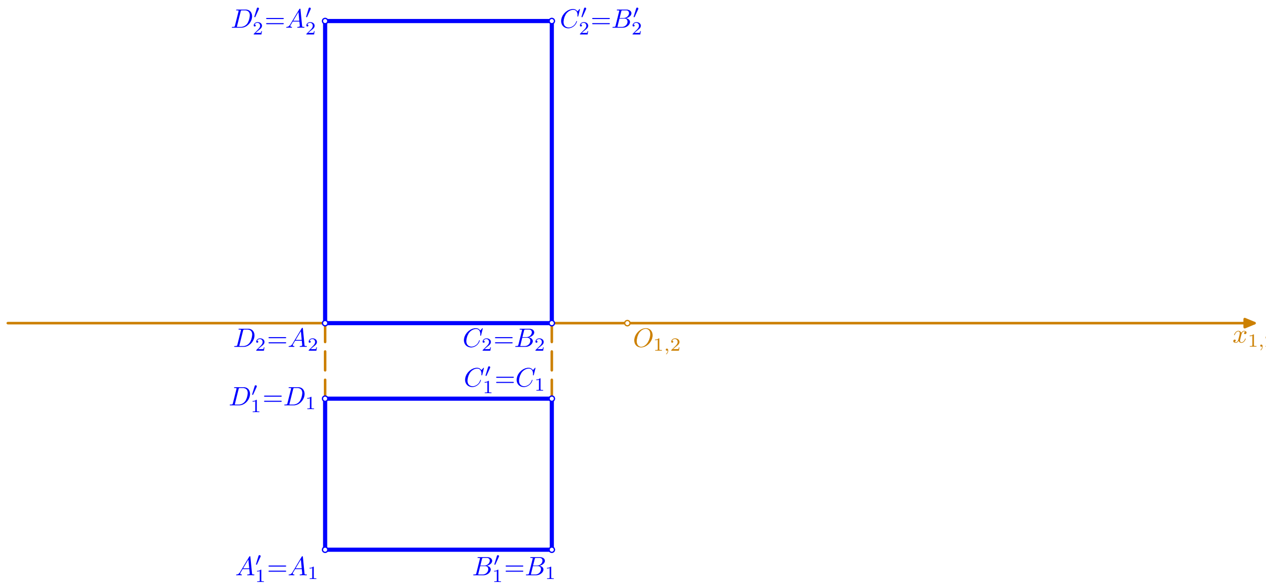
- jedná se o konstrukce perspektivy daného objektu **vázané** na zobrazení v Mongeově promítání
- perspektivní průměty jednotlivých bodů jsou nejprve sestrojovány v přidruženém Mongeově promítání a poté jsou tzv. **průsečnou metodou**, **metodou vynášení výšek** a pomocí **úběžníků hlavních směrů** daného objektu přenášeny do samostatného perspektivního obrázku
- konkrétní použití těchto metod ve svislé a v šikmé perspektivě je ukázáno na dvou následujících příkladech

Řešené úlohy

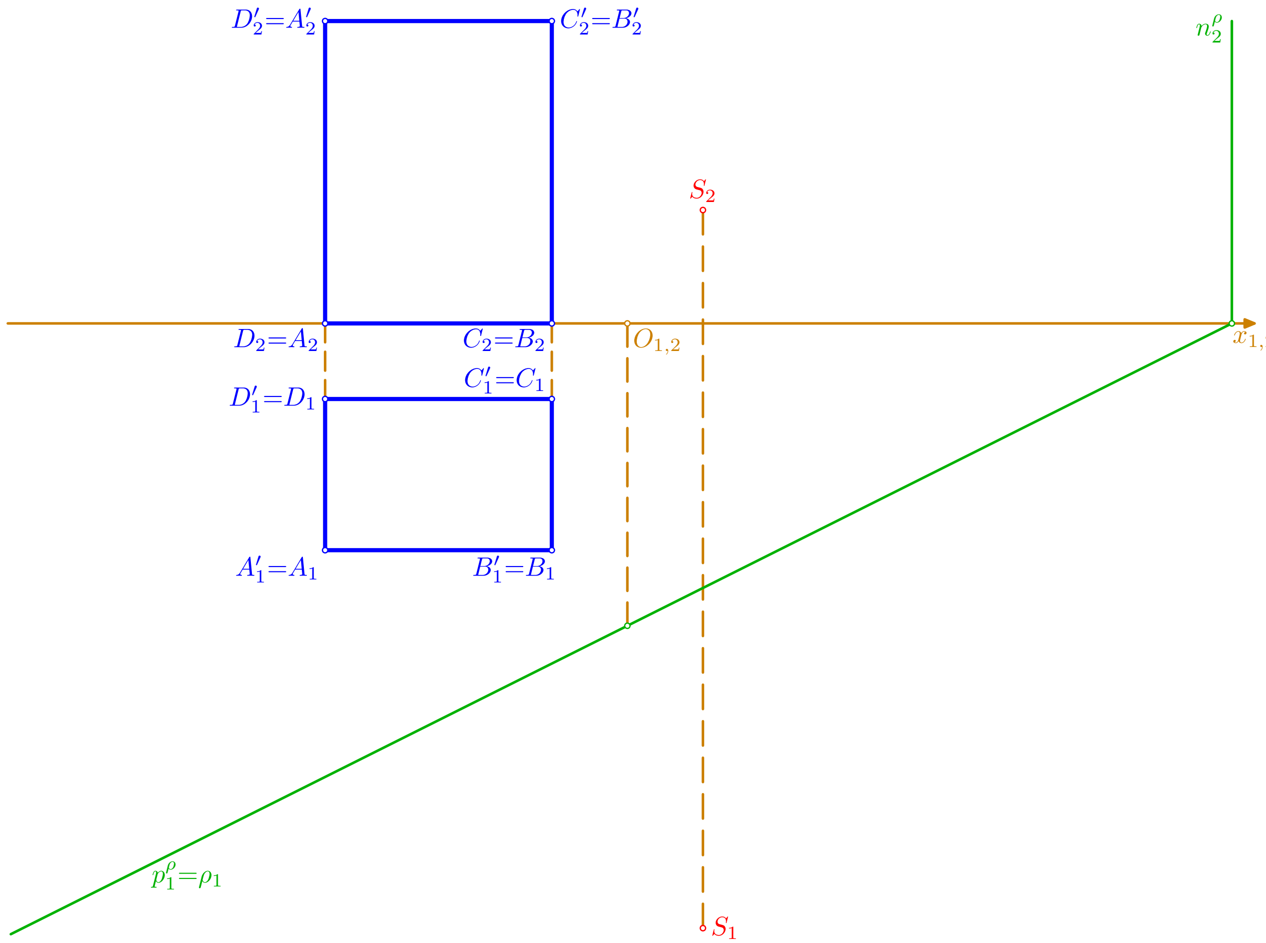
Svislá perspektiva



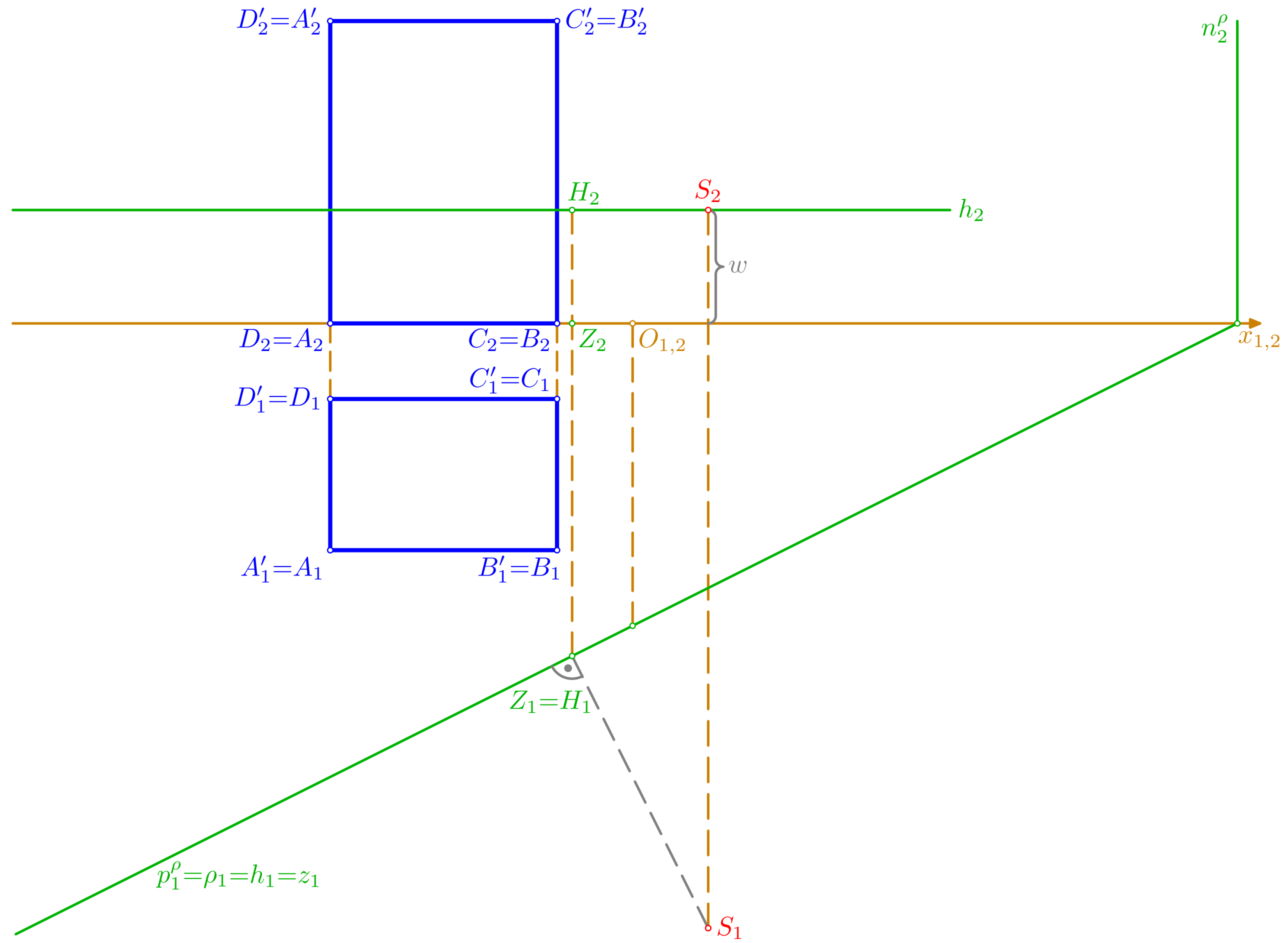
Příklad: Pomocí vázaných metod zobrazte průmět kolmého hranolu $ABCDA'B'C'D'$, jehož dolní podstava leží v půdorysně π, ve svislé perspektivě dané průmětnou ρ a okem S; $A[-4; 3; 0], C'[-1; 1; 4], \rho(8; 4; \infty), S[1; 8; 1{,}5]$.

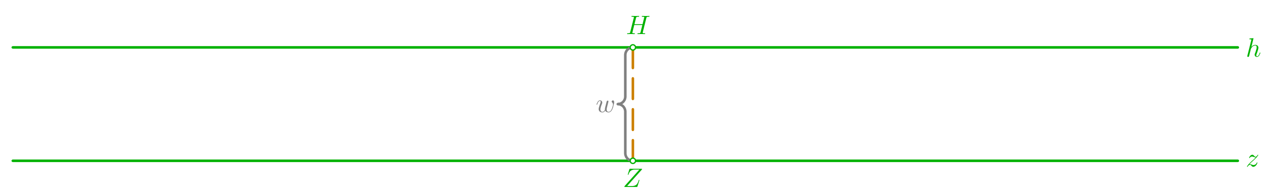


- podle zadání sestrojme v Mongeově promítání sdružené průměty daného kolmého hranolu $ABCDA'B'C'D'$, který stojí na půdorysně π

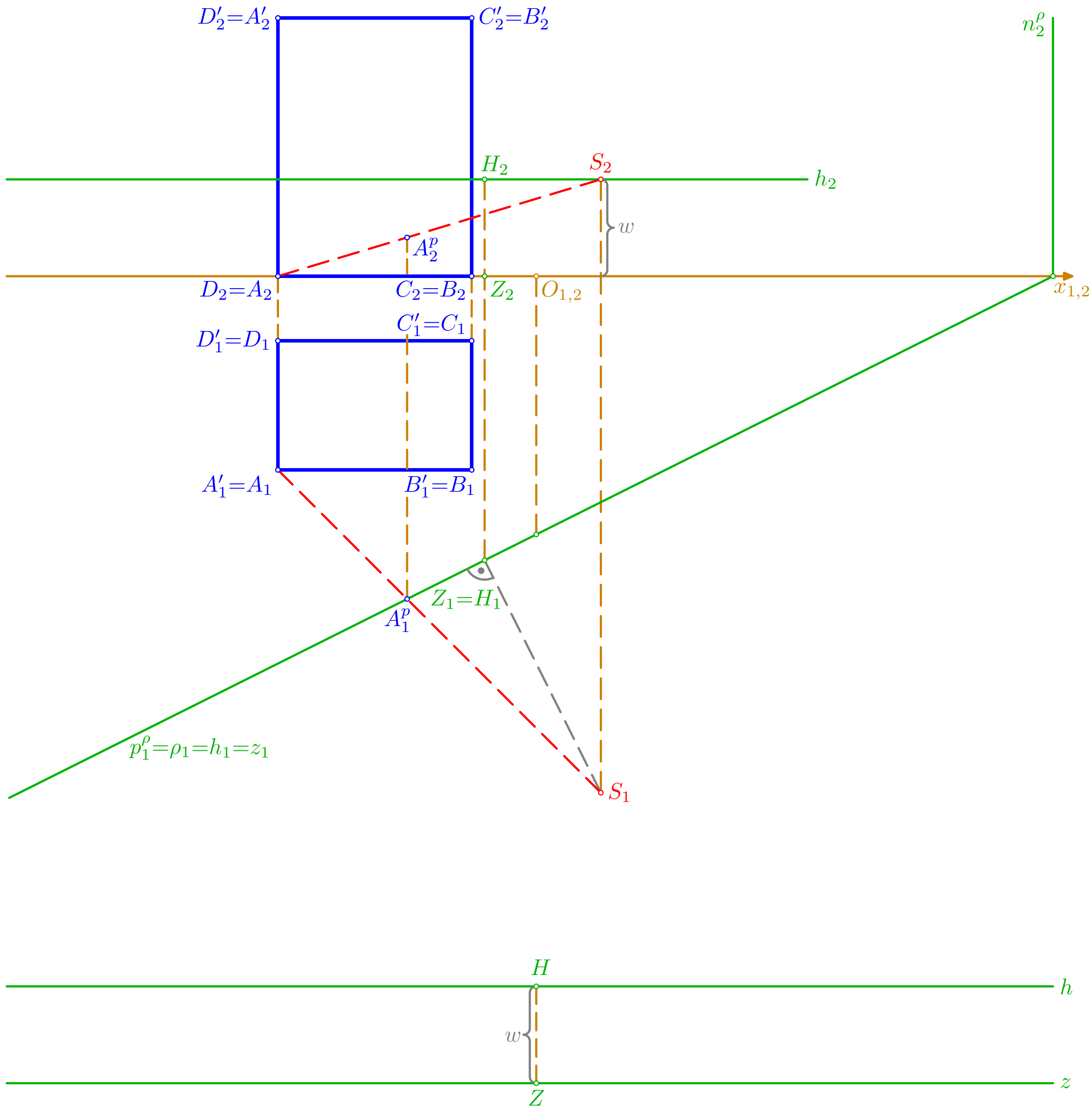


- doplňme zadání perspektivní průmětny ρ, kde $\rho \perp \pi$ a tedy $\rho_1 = p_1^\rho$, a středu S promítání (oka perspektivy); ze zadání roviny $\rho(8; 4; \infty)$ přímo vyplývá tzv. úsekový tvar její rovnice $\rho : \frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$, který snadno převedeme na rovnici obecnou $\rho : x + 2y - 8 = 0$, a v následujícím kroku budeme tedy moci dosadit do vzorce pro výpočet vzdálenosti bodu S od roviny ρ: $x_S = 1$, $y_S = 8$, $z_S = 1{,}5$, $a = 1$, $b = 2$, $c = 0$ a $d = -8$

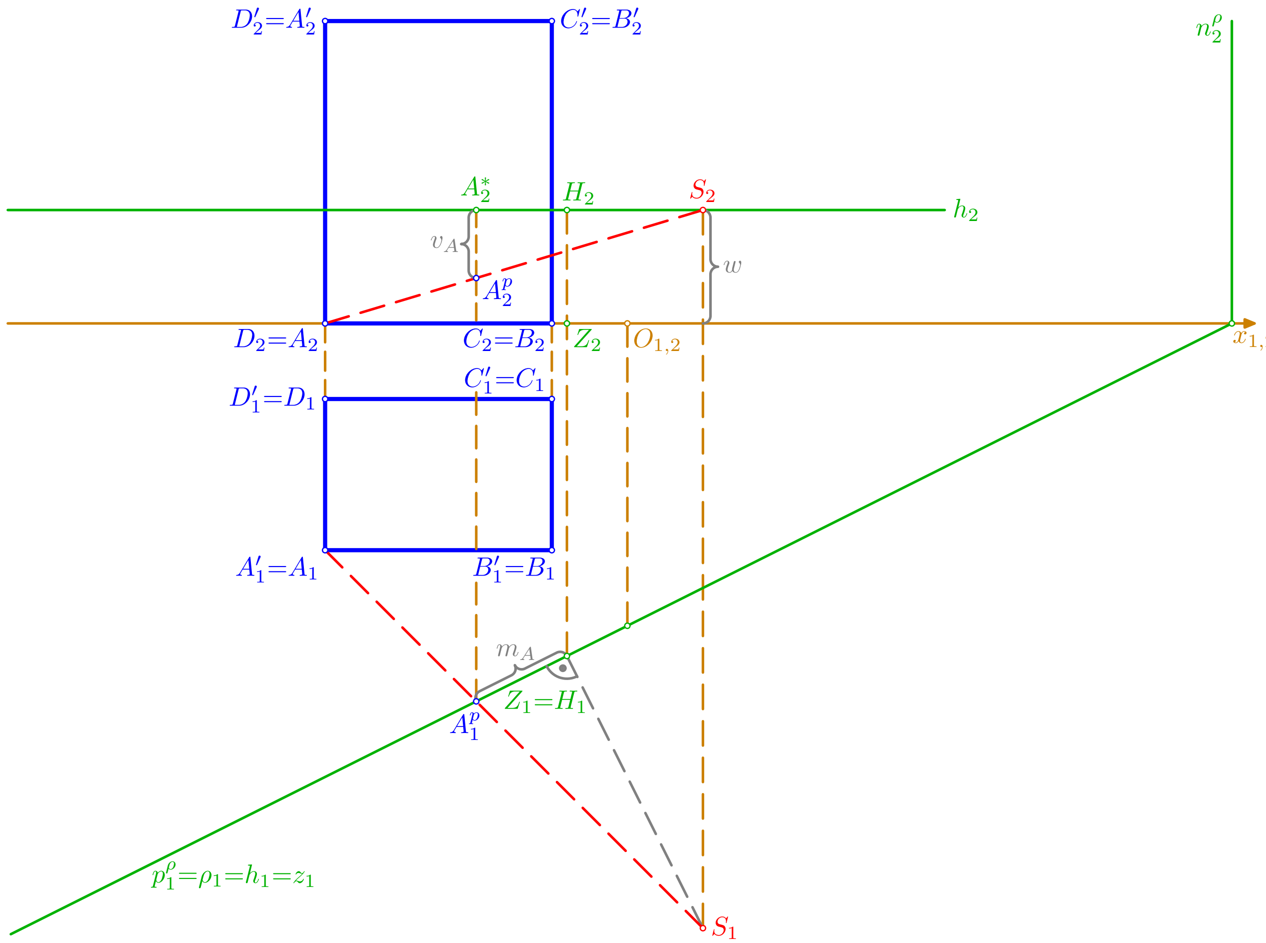


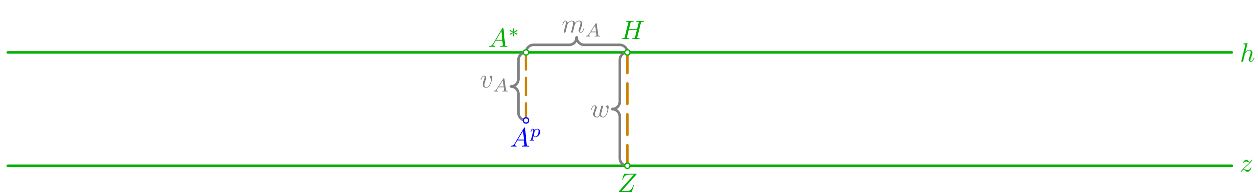


- sestrojme sdružené průměty základnice $z = \pi \cap \rho$ ($z_1 = \rho_1, z_2 = x_{1,2}$), horizontu $h = \pi' \cap \rho$ ($h_1 = \rho_1$ a $h_2 \parallel x_{1,2}, S_2 \in h_2$, přičemž $\pi' \parallel \pi, S \in \pi'$ je obzorová rovina), hlavního bodu $H \in h$ ($H_1 \in h_1, H_1S_1 \perp \rho_1$ a $H_2 \in h_2$) a základního bodu $Z \in z$ ($Z_1 = H_1$, $Z_2 \in z_2$); souběžně začněme kreslit perspektivní obrázek, který vzniká v rovině ρ, a zvolme v něm horizont h, na něm hlavní bod H, sestrojme základní bod Z ($|ZH| = w$, kde $w = |S\pi| = z_S$ je výška perspektivy) a základnici $z \parallel h, Z \in z$; pro distanci d dané perspektivy platí: $d = |S\rho| = |SH| = |S_1H_1| = \frac{ax_S+by_S+cz_S+d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{1+16-8}{\sqrt{5}} = \frac{9}{\sqrt{5}} \doteq 4{,}02$

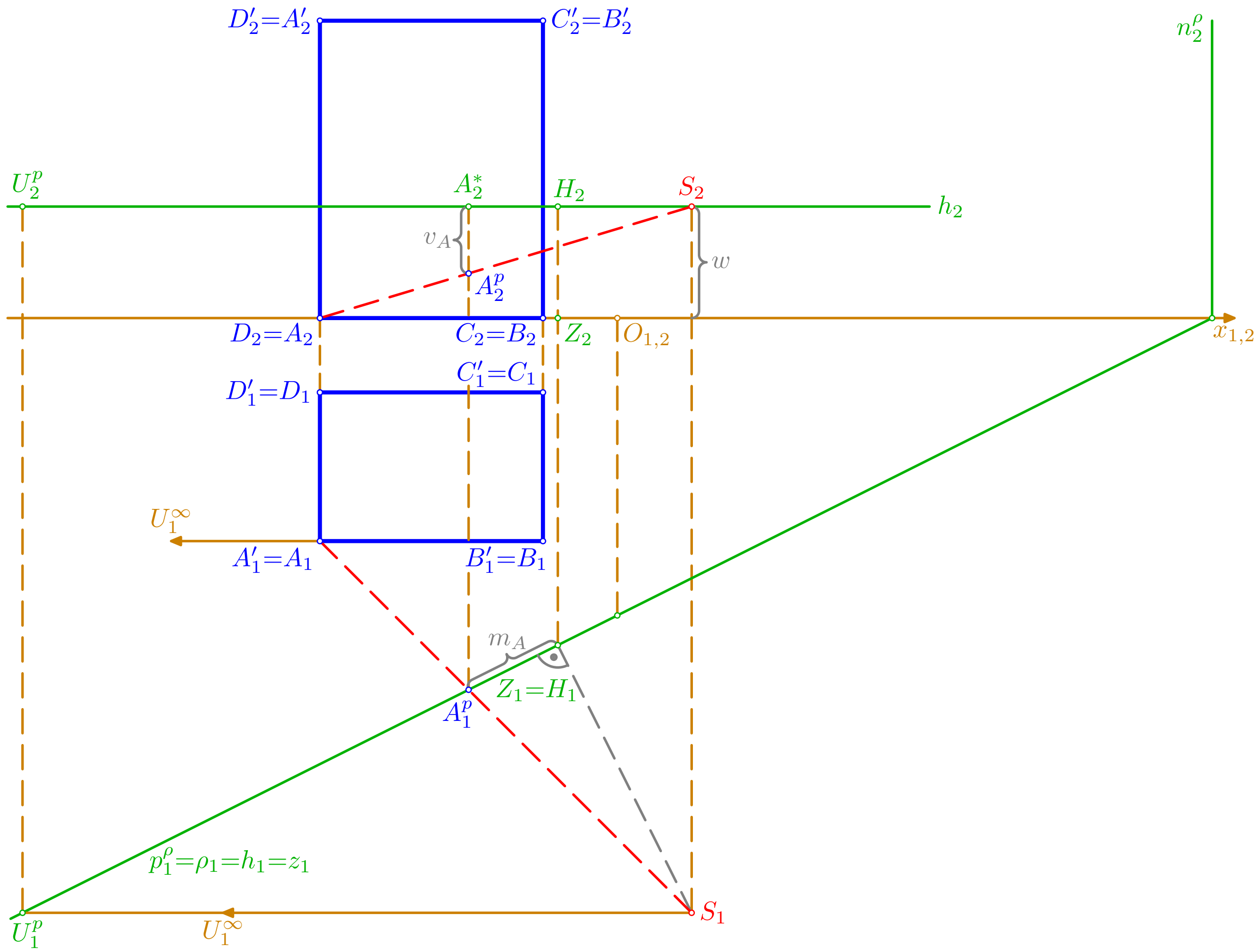


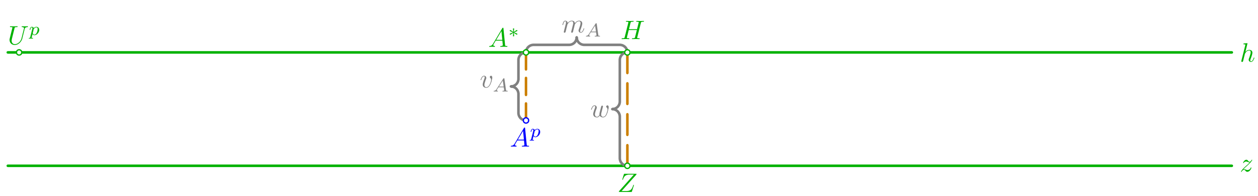
- v Mongeově promítání sestrojme sdružené průměty A_1^p, A_2^p perspektivního průmětu $A^p = \rho \cap SA$ vrcholu A: $A_1^p = \rho_1 \cap S_1A_1$ a nárys A_2^p leží na ordinále a na přímce S_2A_2; přímka SA má směrový vektor $S - A = (5; 5; 1{,}5)$, a pro její parametrické vyjádření použijme jeho dvojnásobek: $X = A + 2t(S - A)$; tedy přepsáno do souřadnicový rovnic $x = -4 + 10t$, $y = 3 + 10t$ a $z = 3t$; po dosazení do rovnice roviny $\rho : x + 2y - 8 = 0$ nám vyjde $t = \frac{1}{5}$, a zpětně dopočítáme souřadnice bodu $A^p[-2; 5; \frac{3}{5}]$; sami si můžete zkusit je v obrázku naměřit...



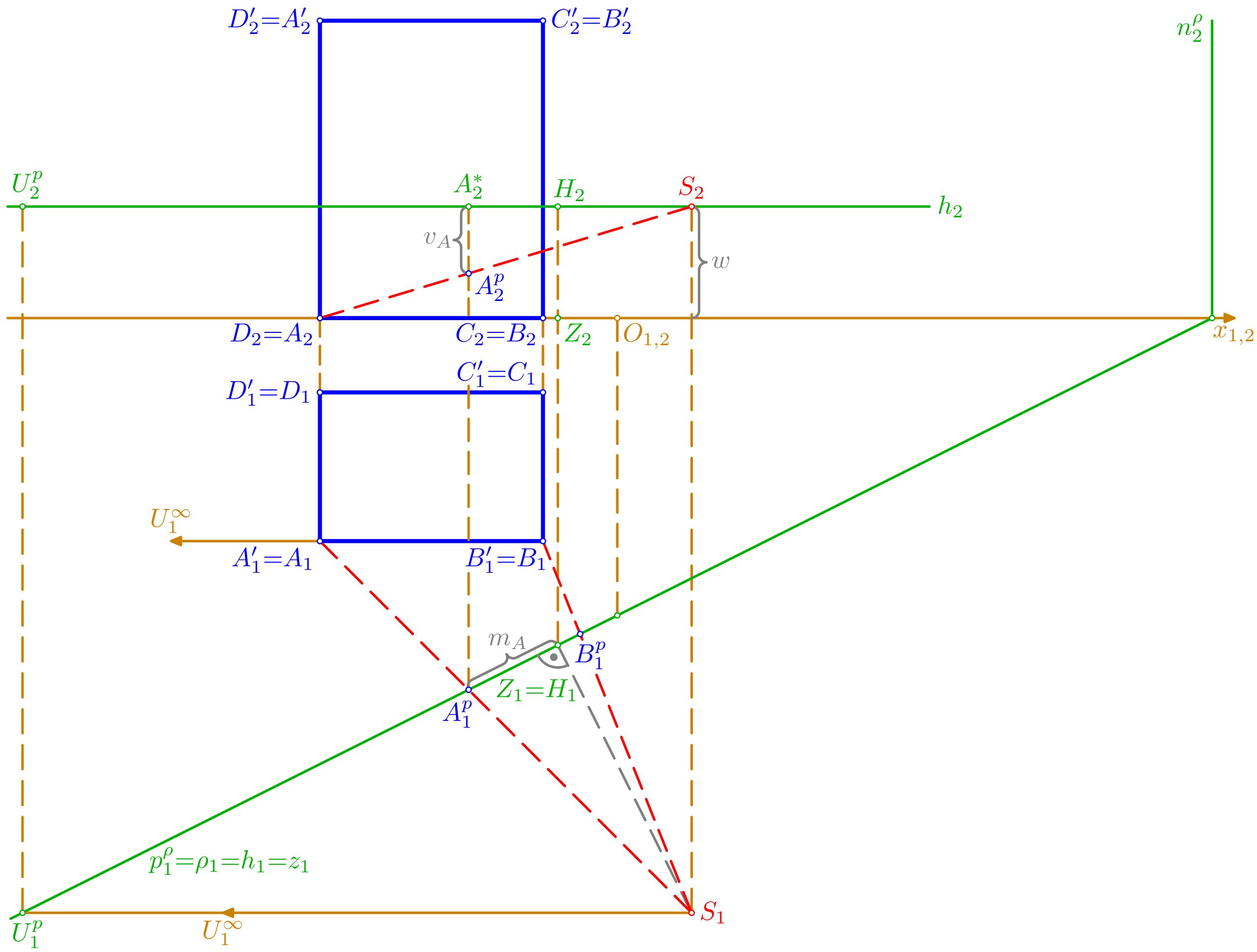


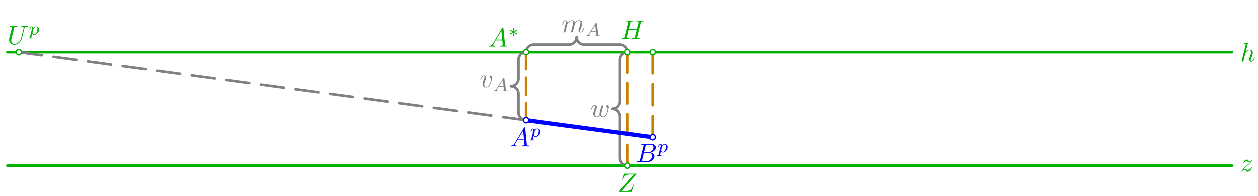
- nyní bod A^p přenesme z Mongeova promítání do perspektivního obrázku pomocí **průsečné metody**: z půdorysu odměřme vzdálenost $m_A=|A_1^pH_1|$ bodu A^p od hlavní vertikály HZ a na horizontu h v perspektivním obrázku sestojme bod A^*, $|A^*H|=m_A$ (vlevo od H); podobně odměřme v nárysе výšku $v_A=|A_2^ph_2|$ bodu A^p pod horizontem h a v perspektivním obrázku ji nanesme dolů pod bod A^*; snadno sestavíme parametrické rovnice osy $o=SH$ dané perspektivy ($o: x=1+r$, $y=8+2r$ a $z=1{,}5$), a dopočítáme souřadnice hlavního bodu $H[-0{,}8; 4{,}4; 1{,}5]$; pak je $m_A=|A_1^pH_1|=\sqrt{1{,}8} \doteq 1{,}34$ a $v_A=z_S-z_{A^p}=0{,}9$



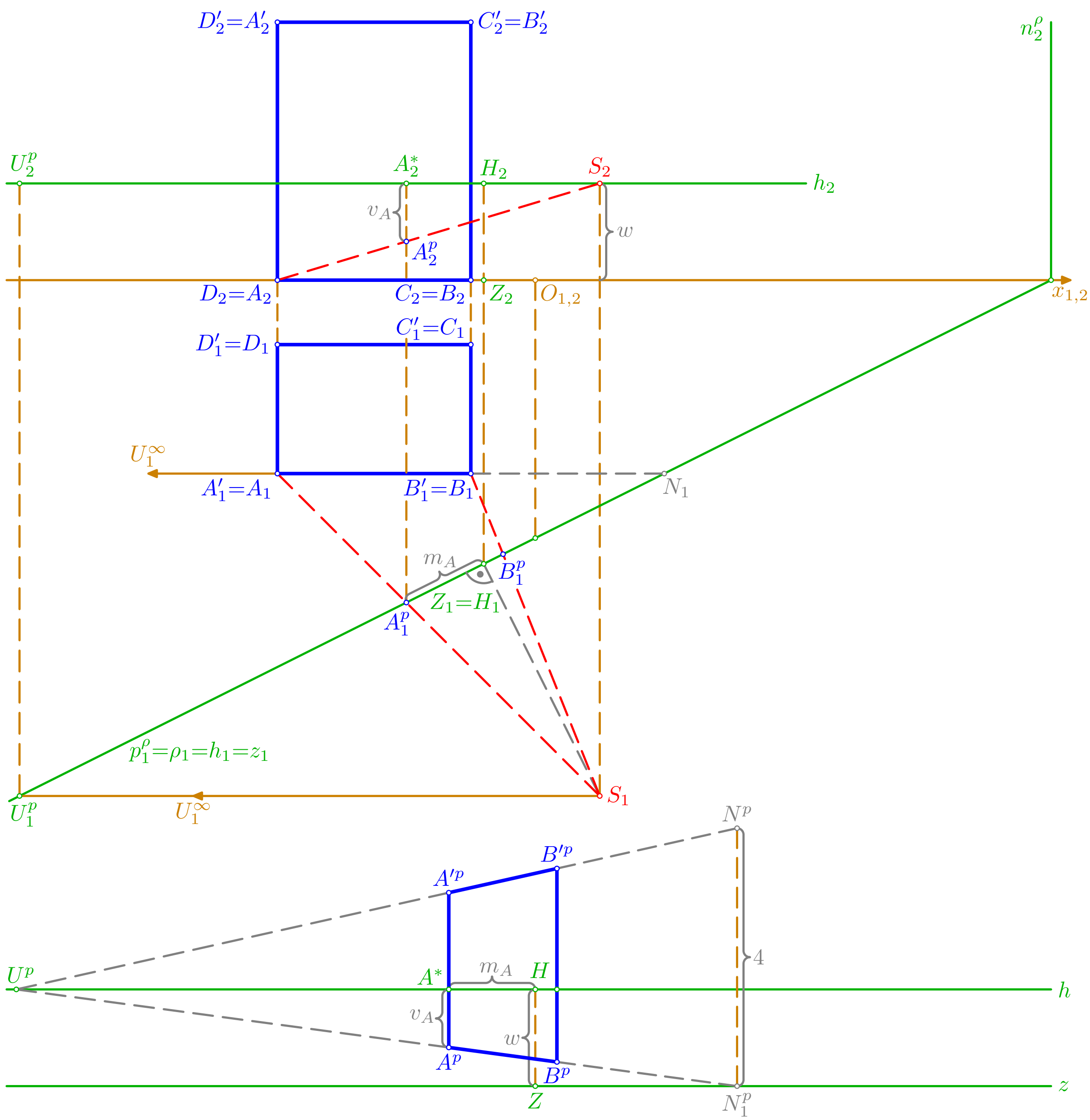


- označme U^∞ nevlastní bod přímky AB a sestrojme jeho perspektivní průmět U^p, tj. **úběžník jednoho hlavního směru** daného hranolu: v Mongeově promítání je $U_1^p \in h_1$, $U_1^p S_1 \parallel A_1 B_1$ a U_2^p leží na ordinále a na h_2; následně jej přenesme na horizont h vlevo od hlavního bodu H v perspektivním obrázku, kde $|U^p H| = |U_1^p H_1|$; úběžník U^p leží v rovině $\rho : x + 2y - 8 = 0$ a současně je jeho y-ová i z-ová souřadnice stejná jako u oka S; odtud dopočítáme jeho x-ovou souřadnici a máme $U^p[-8; 8; 1{,}5]$; potom je $|HU^p| = \sqrt{7{,}2^2 + 3{,}6^2} = \sqrt{64{,}8} \doteq 8{,}05$

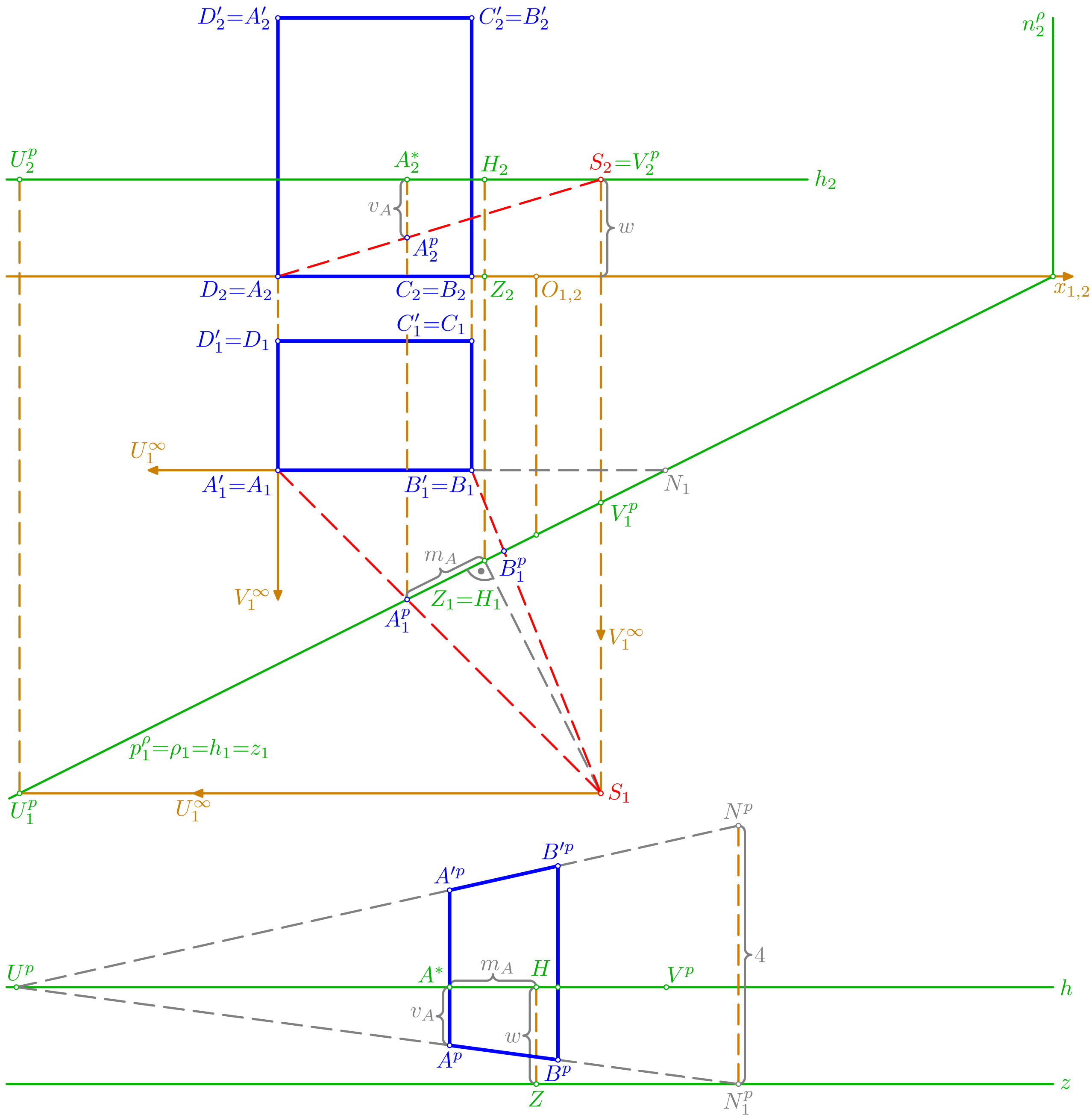




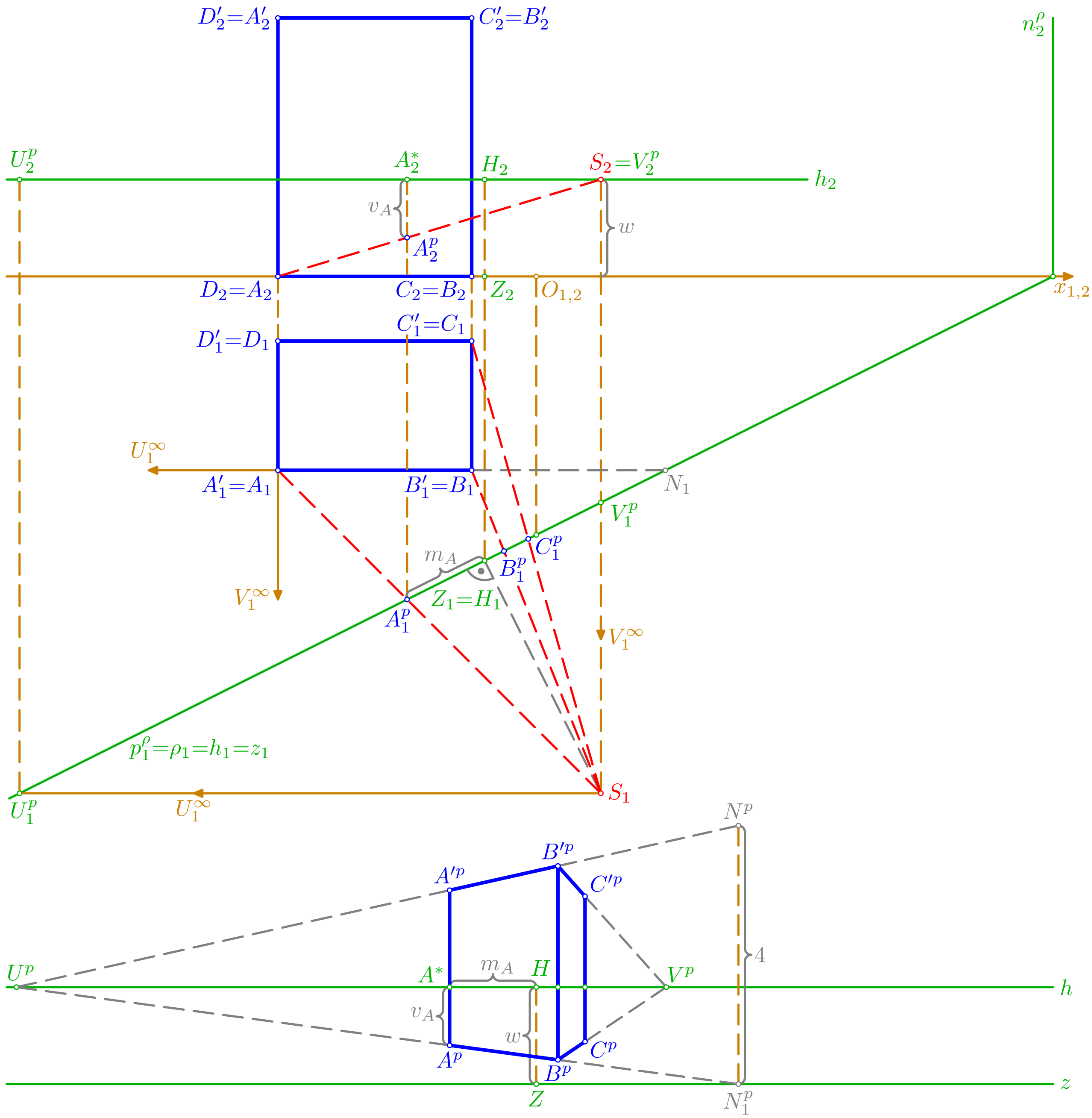
- sestrojme půdorys B_1^p perspektivního průmětu B^p bodu B, přenesme vzdálenost $B_1^pH_1$ do perspektivního obrázku tentokrát vpravo od hlavního bodu H a sestrojme rovnoběžku s hlavní vertikálou HZ; přímka AB prochází nevlastním bodem U^∞, a její perspektivní průmět A^pB^p se tudíž ubíhá do úběžníku U^p; perspektiva B^p je tedy sestrojena částečně průsečnou metodou a částečně pomocí úběžníku jednoho hlavního směru



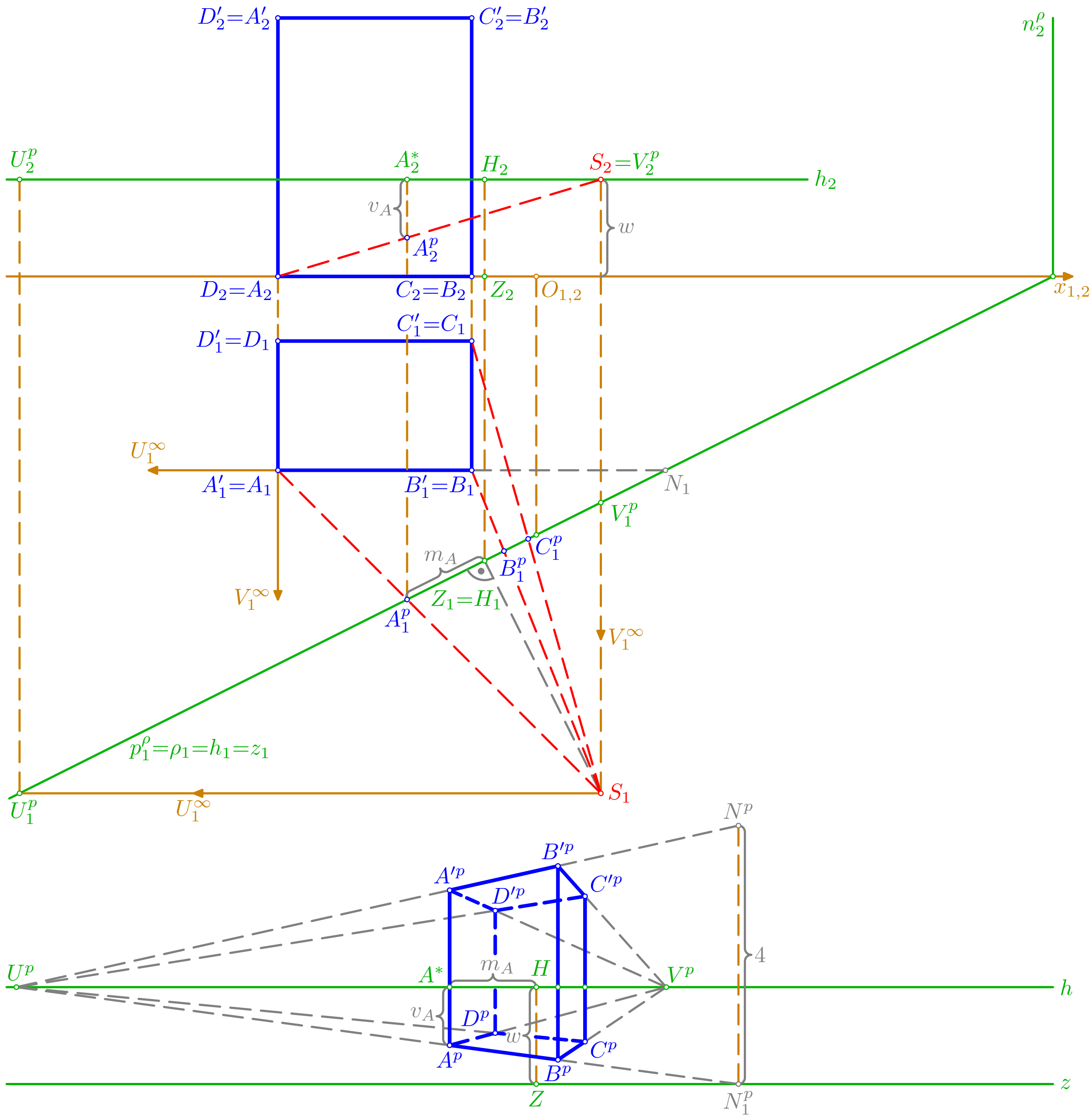
- dále sestrojme průsečík $N = A'B' \cap \rho$: v Mongeově promítání je $N_1 = A_1'B_1' \cap \rho_1$; v perspektivním obrázku je $N_1^p = A^pB^p \cap z$ a výška $z_N = |N_1N| = 4$ se v perspektivě zachová, tj. $|N^pN_1^p| = 4$, $N^pN_1^p \parallel HZ$; na přímce N^pU^p, která je perspektivním průmětem přímky $NU^\infty = A'B'$, pak snadno doplníme perspektivy A'^p, B'^p vrcholů A', B' hranolu: $A^pA'^p \parallel B^pB'^p \parallel HZ$; použitá konstrukce se nazývá **metoda vynášení výšek**



- doplňme úběžník V^p druhého hlavního směru V^∞ určeného např. přímkou BC: v Mongeově promítání je $V_1^p \in h_1$, $V_1^pS_1 \parallel B_1C_1$ a $V_2^p = S_2$; v perspektivním obrázku je pak $V^p \in h$ (vpravo) a $|V^pH| = |V_1^pH_1|$; opět z podmínky $V^p \in \rho$ dourčíme chybějící, tentokrát y-ovou souřadnici: $V^p[1; 3{,}5; 1{,}5]$, a vypočteme délku $|HV^p| = \sqrt{1{,}8^2 + 0{,}9^2} = \sqrt{4,05} \doteq 2{,}01$



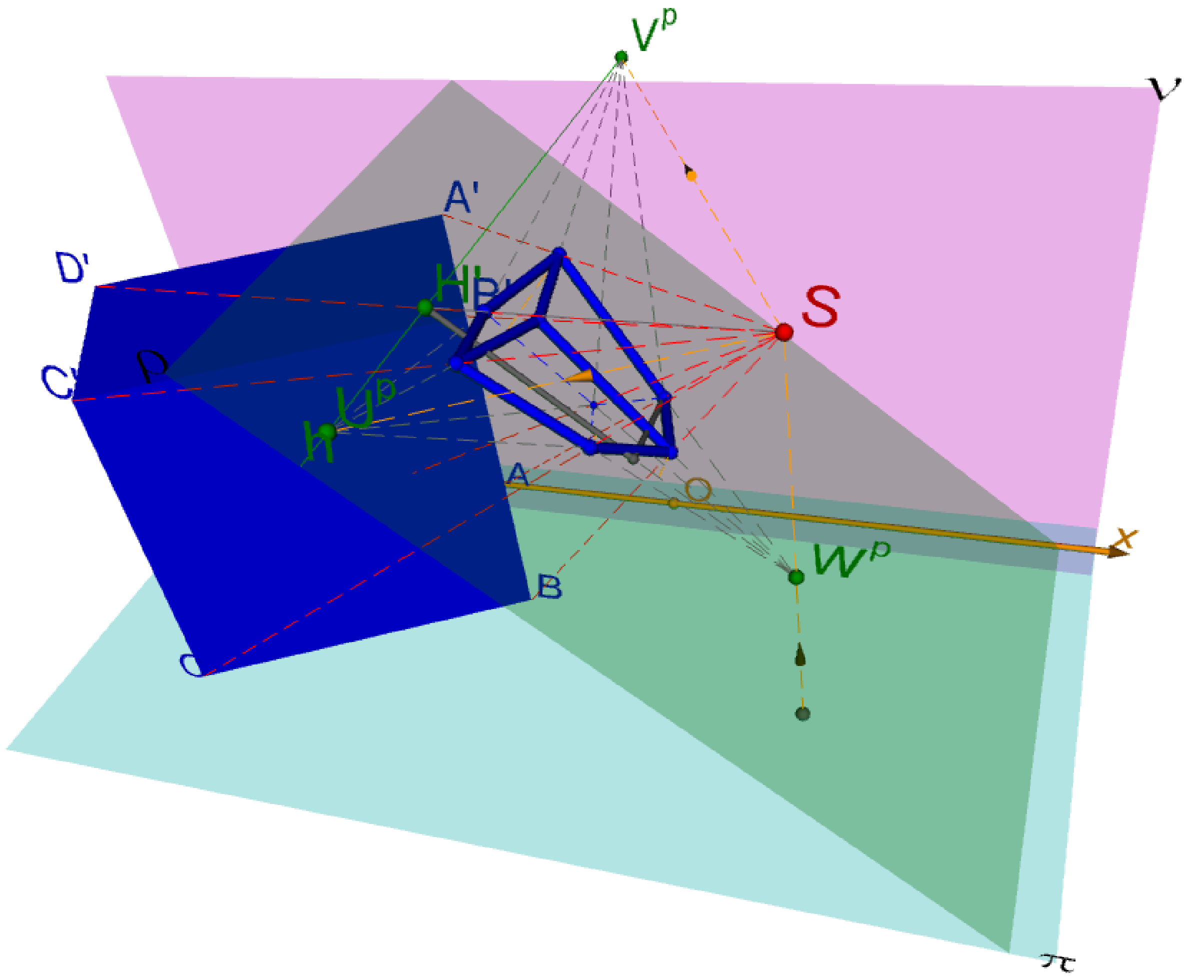
- sestrojme půdorys C_1^p perspektivního průmětu C^p bodu C a přenesme do perspektivního obrázku vzdálenost $C_1^pH_1$ (průsečná metoda); perspektivní průměty C^p, C'^p (kde $C^pC'^p \parallel HZ$) dále najdeme na přímkách B^pV^p, B'^pV^p (užití úběžníku druhého hlavního směru)



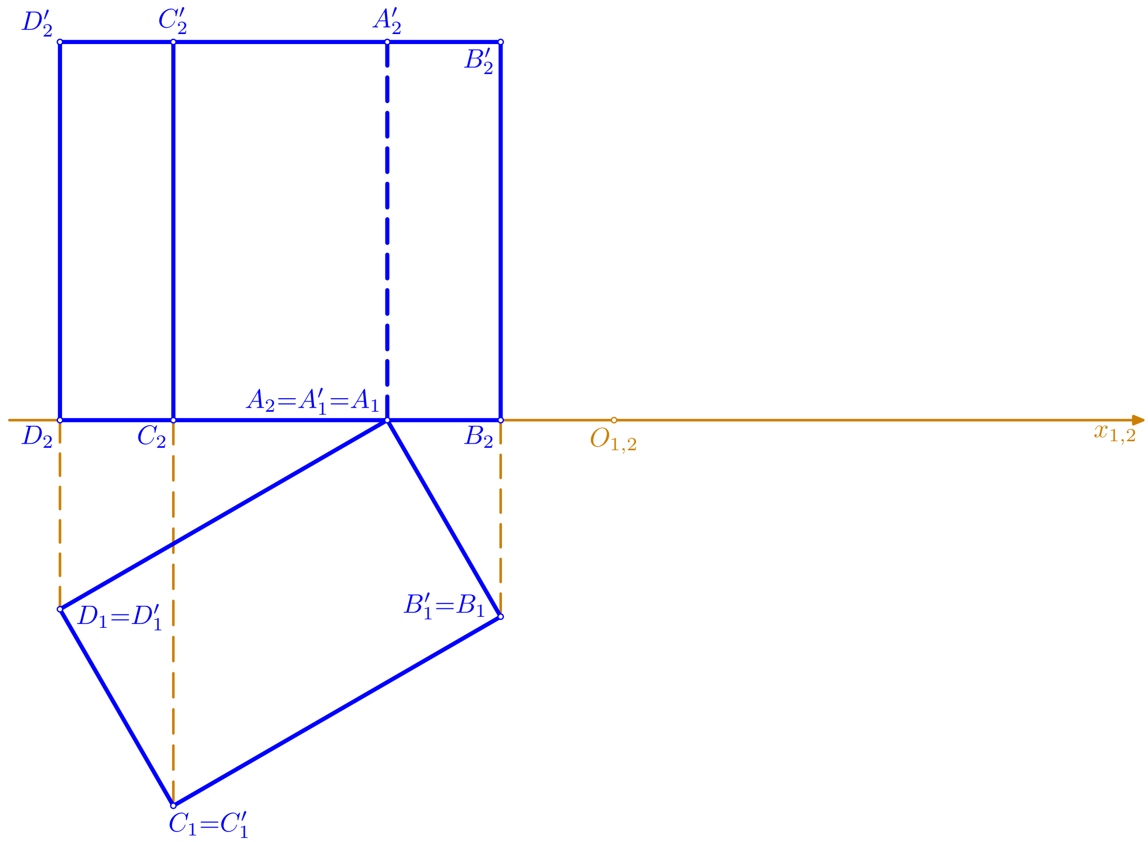
- perspektivní průměty D^p, D'^p zbývajících vrcholů D, D' již dokončíme přímo v perspektivním obrázku jen pomocí úběžníků U^p, V^p hlavních směrů: $D^p = A^pV^p \cap C^pU^p$ a $D'^p = A'^pV^p \cap C'^pU^p$; současně platí $D^pD'^p \parallel HZ$; tím je konstrukce perspektivního průmětu daného hranolu pomocí metod vázaných na zobrazení v Mongeově promítání dokončena

□

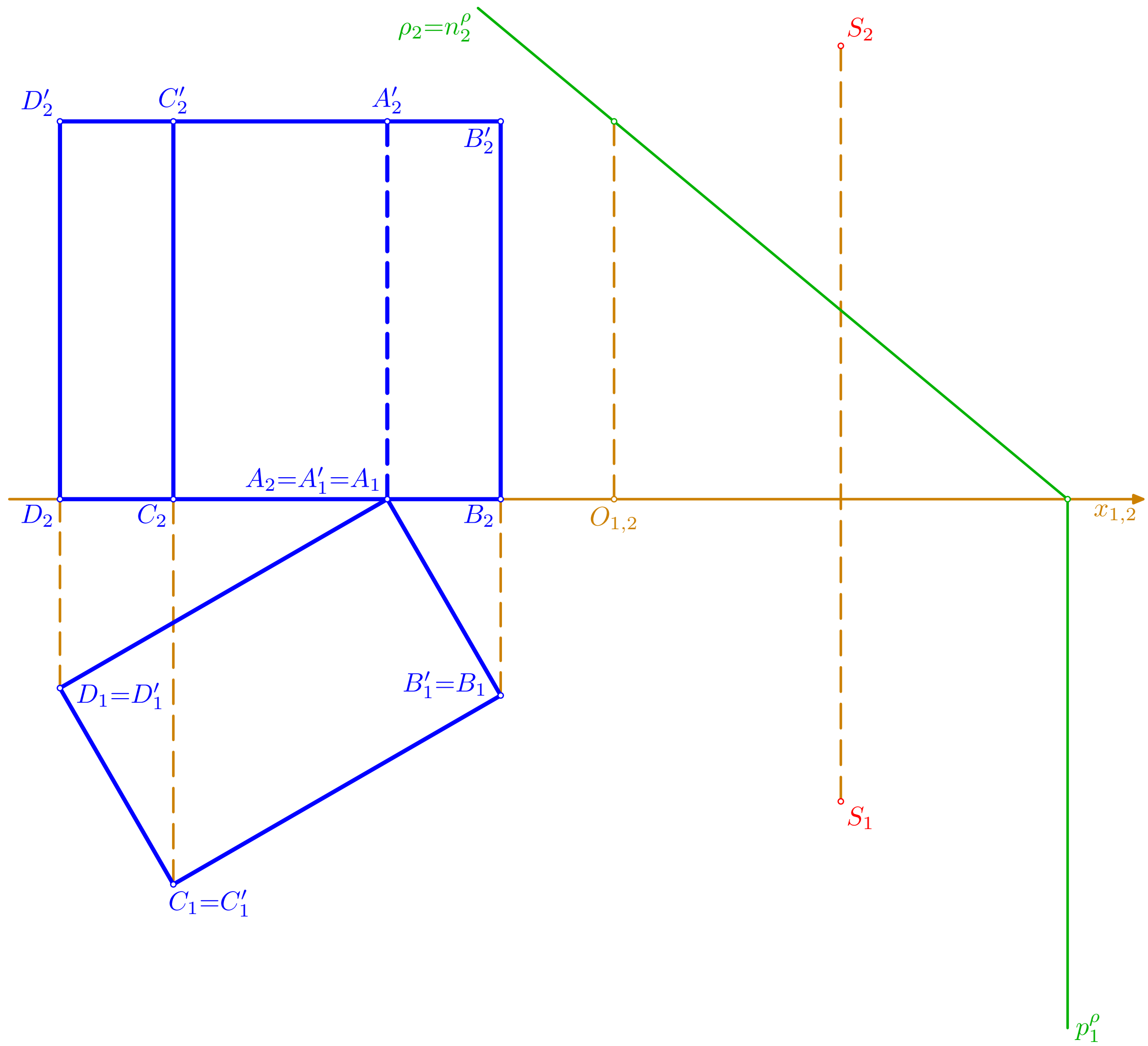
Šikmá perspektiva



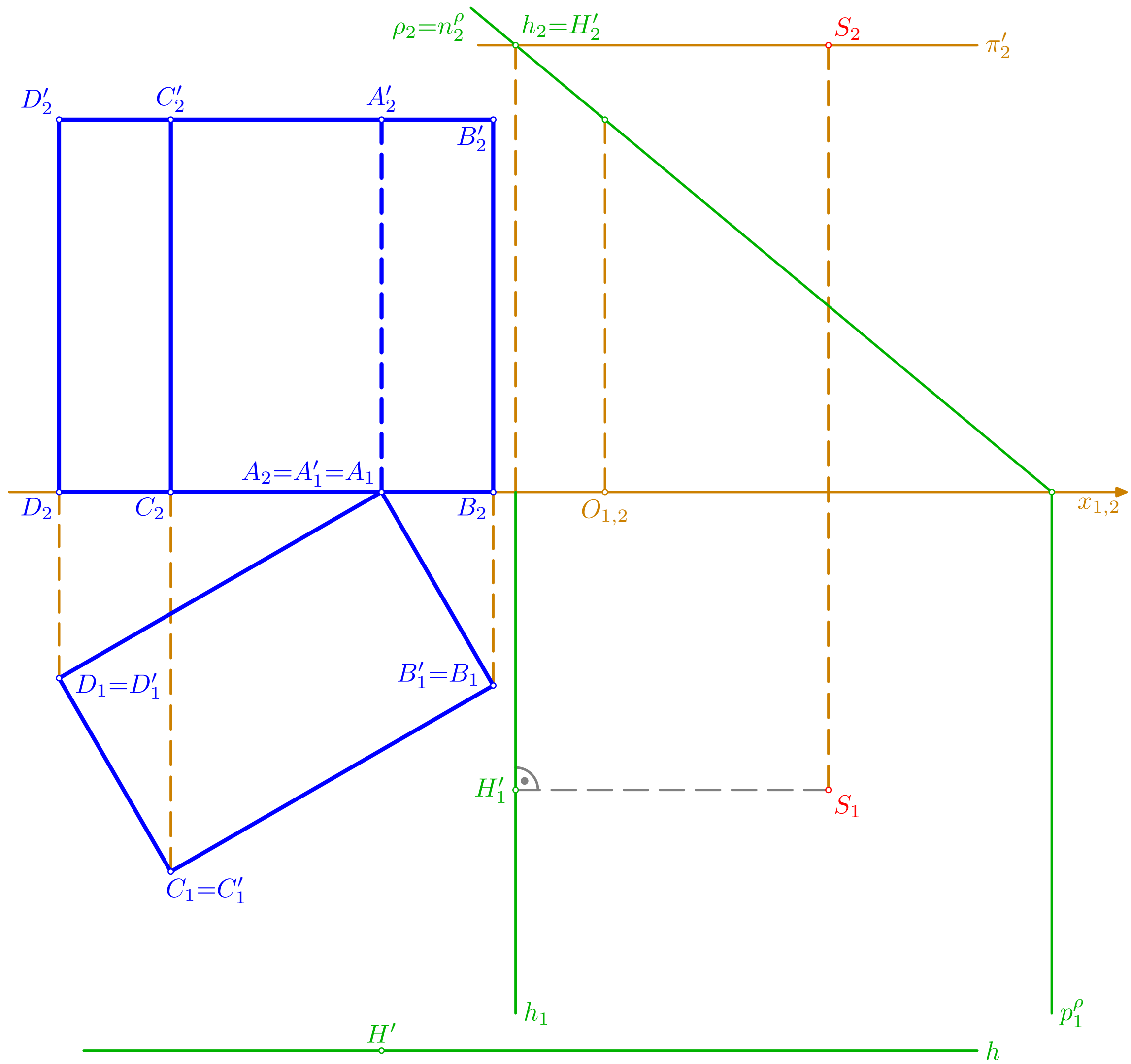
Příklad: Pomocí vázaných metod zobrazte průmět kolmého hranolu $ABCDA'B'C'D'$, jehož dolní podstava leží v půdorysně ρ, v šikmé perspektivě dané průmětnou ρ a okem S; $A[-3;0;0], |AB| = 3, |BC| = 5, |AA'| = 5, \sphericalangle(AB, x) = 60°, \rho(6;\infty;5), S[3;4;6]$.



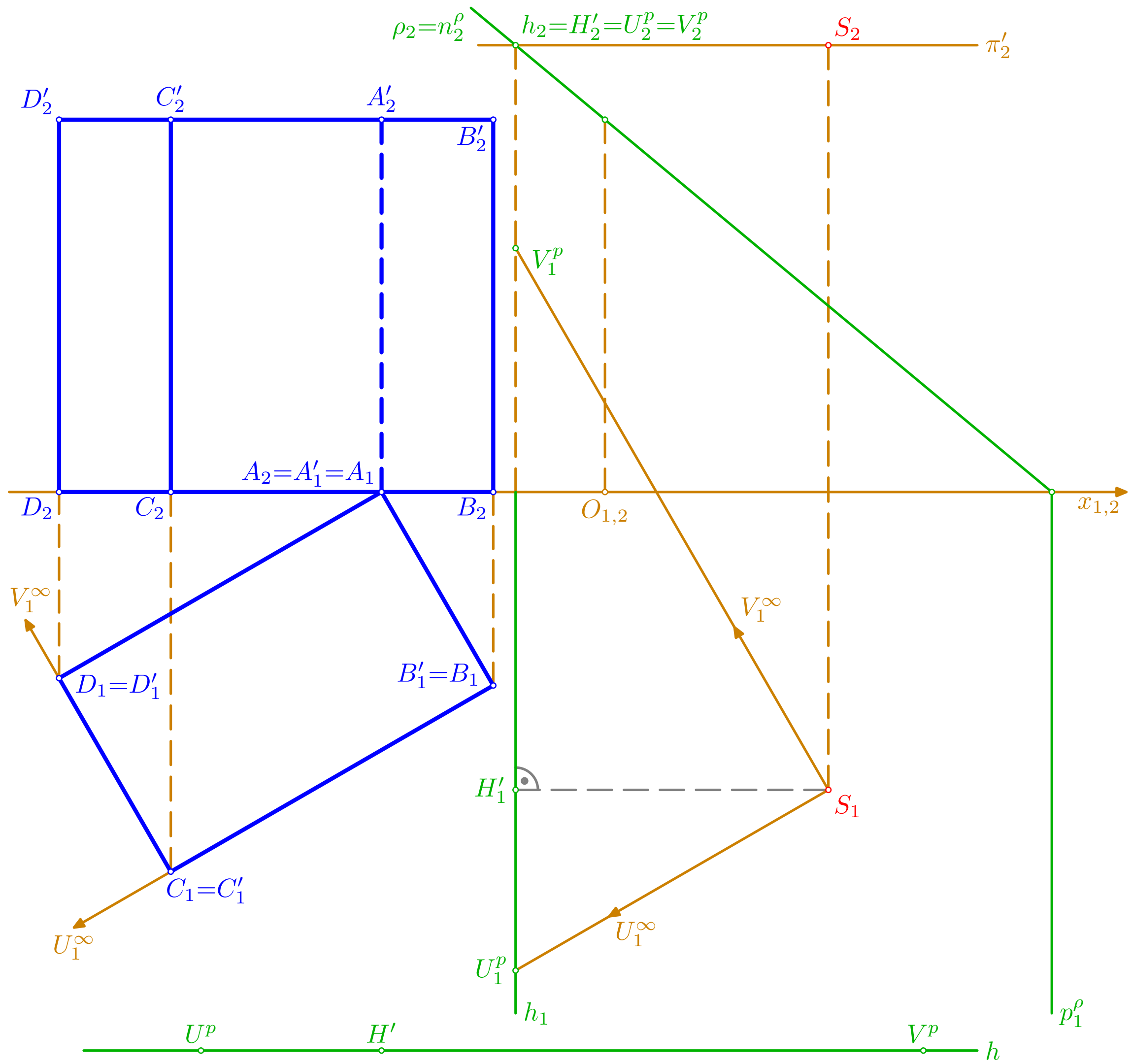
- podle zadání sestrojme v Mongeově promítání sdružené průměty daného kolmého hranolu $ABCDA'B'C'D'$



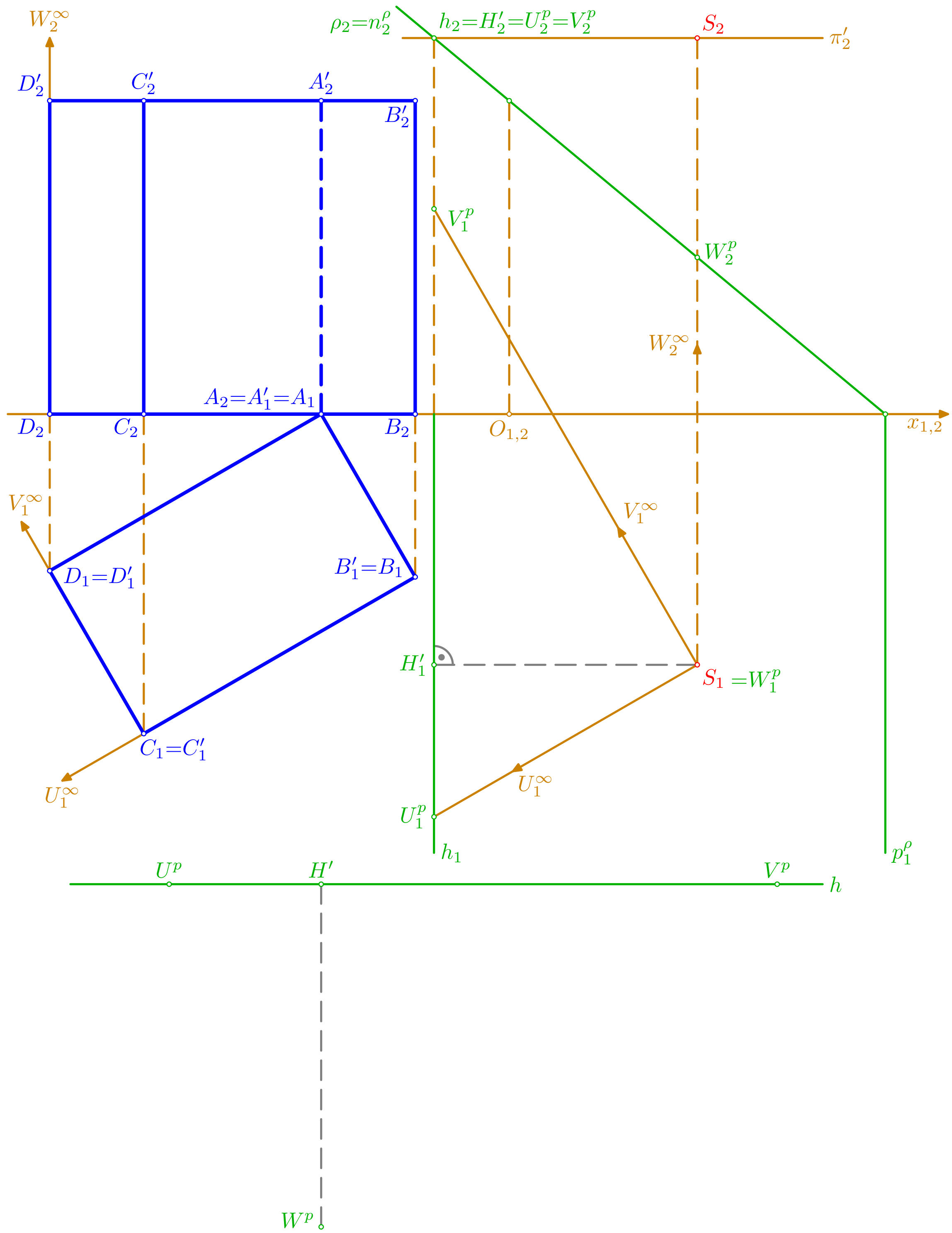
- doplňme zadání perspektivní průmětny ρ, kde $\rho \perp \nu$ a tedy $\rho_2 = n_2^\rho$, a středu S promítání (oka perspektivy)



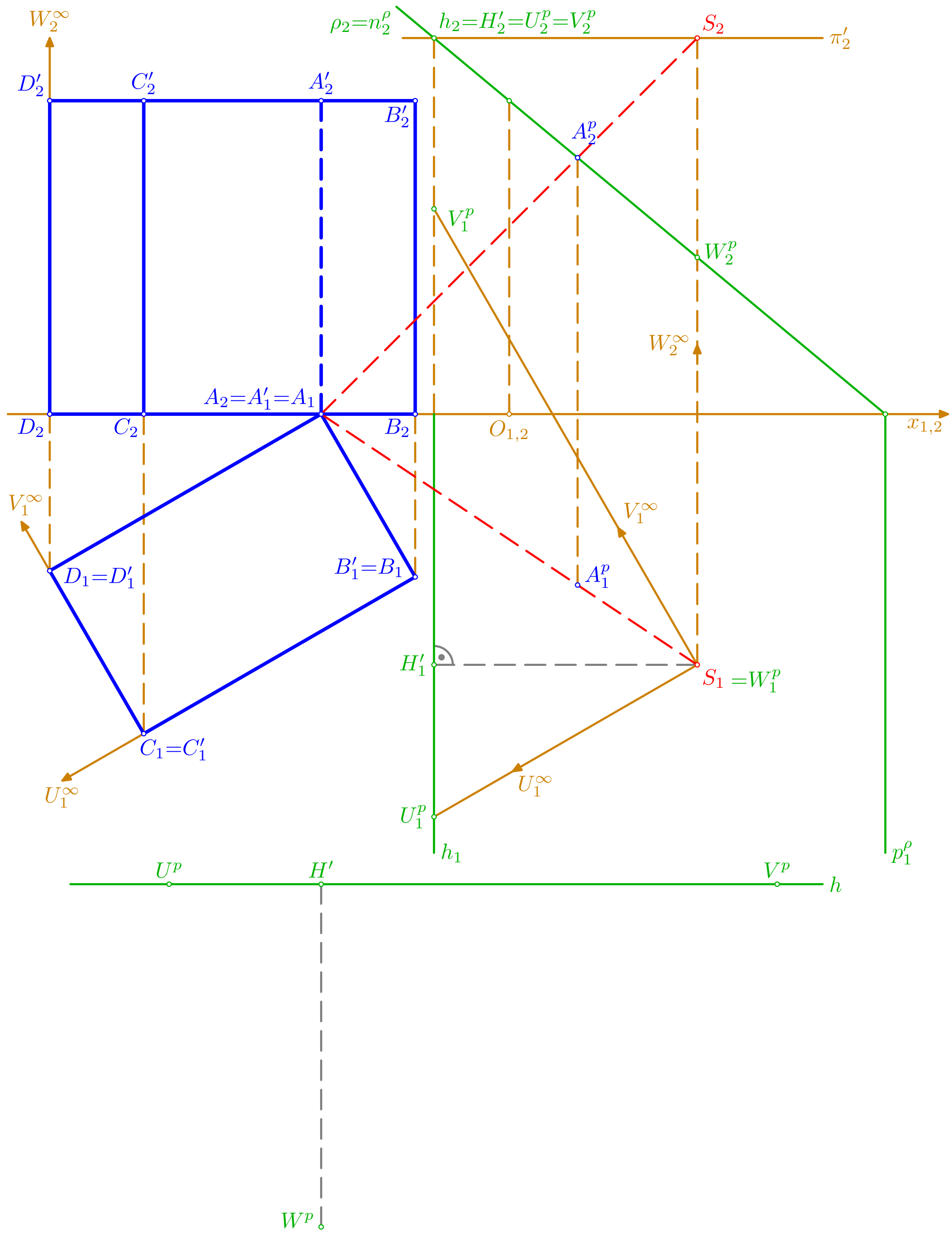
- v Mongeově promítání sestrojme sdružené průměty horizontu $h = \rho \cap \pi'$, kde $\pi' \parallel \pi$, $S \in \pi'$ je obzorová rovina ($\pi_2' \parallel x_{1,2}$, $S_2 \in \pi_2'$): nárysem je bod $h_2 = \rho_2 \cap \pi_2'$ a půdorys $h_1 \perp x_{1,2}$ odvodíme pomocí ordinály; na horizontu h sestrojme pomocný bod H' tak, že $SH' \perp h$: $H_1' \in h_1$, $S_1H_1' \perp h_1$ a $H_2' = h_2$; souběžně začněme kreslit perspektivní obrázek: zvolme v něm horizont h a na něm pomocný bod H'



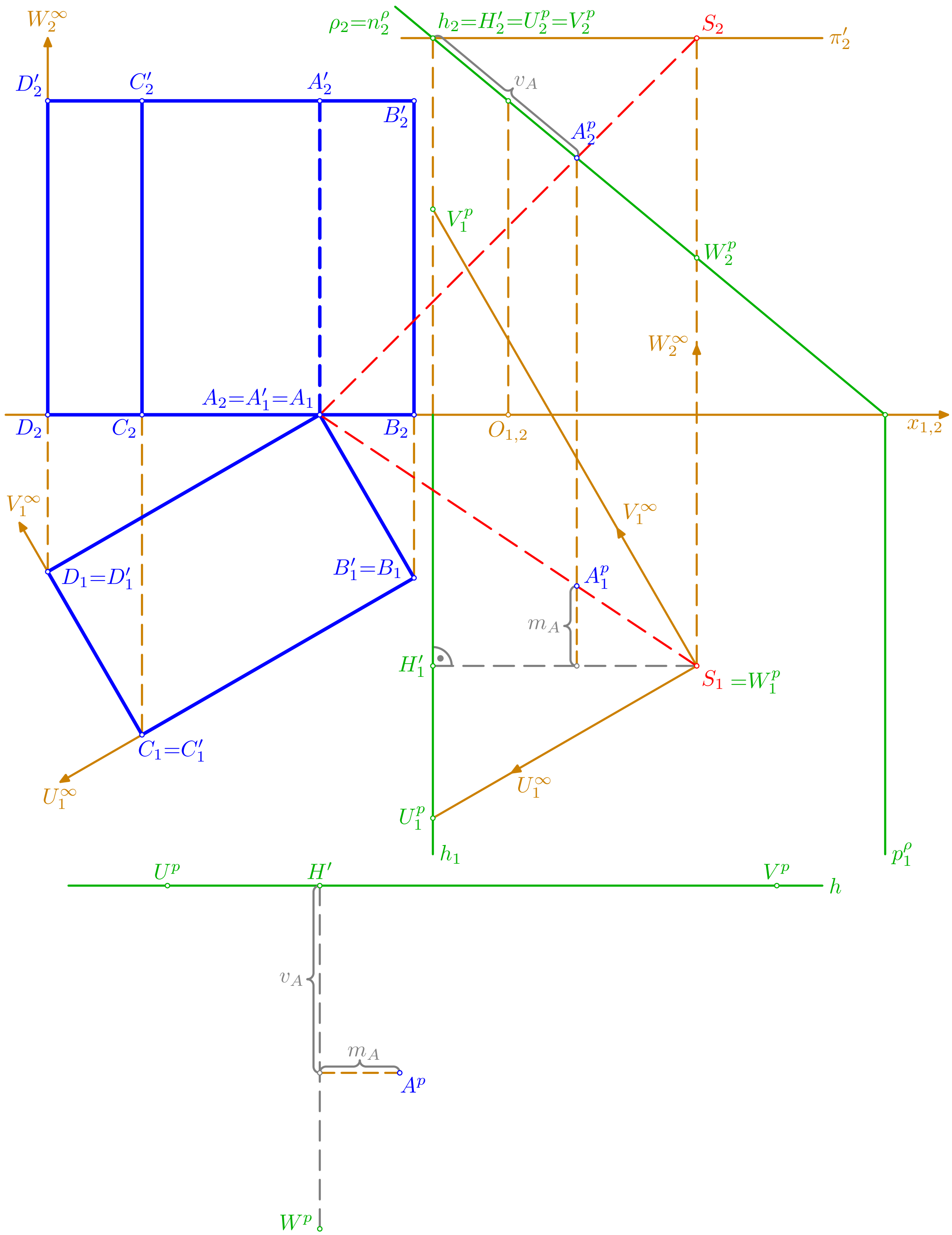
- najděme sdružené průměty **úběžníků** U^p, V^p **hlavních vodorovných směrů** U^∞, V^∞ daného hranolu a přenesme je do perspektivního obrázku: v půdorysu je $U_1^p, V_1^p \in h_1$ a $U_1^p S_1 \parallel B_1C_1$ (směr U^∞), $V_1^p S_1 \parallel C_1D_1$ (směr V^∞), v nárysu platí $U_2^p = V_2^p = H_2'$; v perpsektivním obrázku je pak $U^p, V^p \in h$ a $|U^pH'| = |U_1^pH_1'|$, $|V^pH'| = |V_1^pH_1'|$



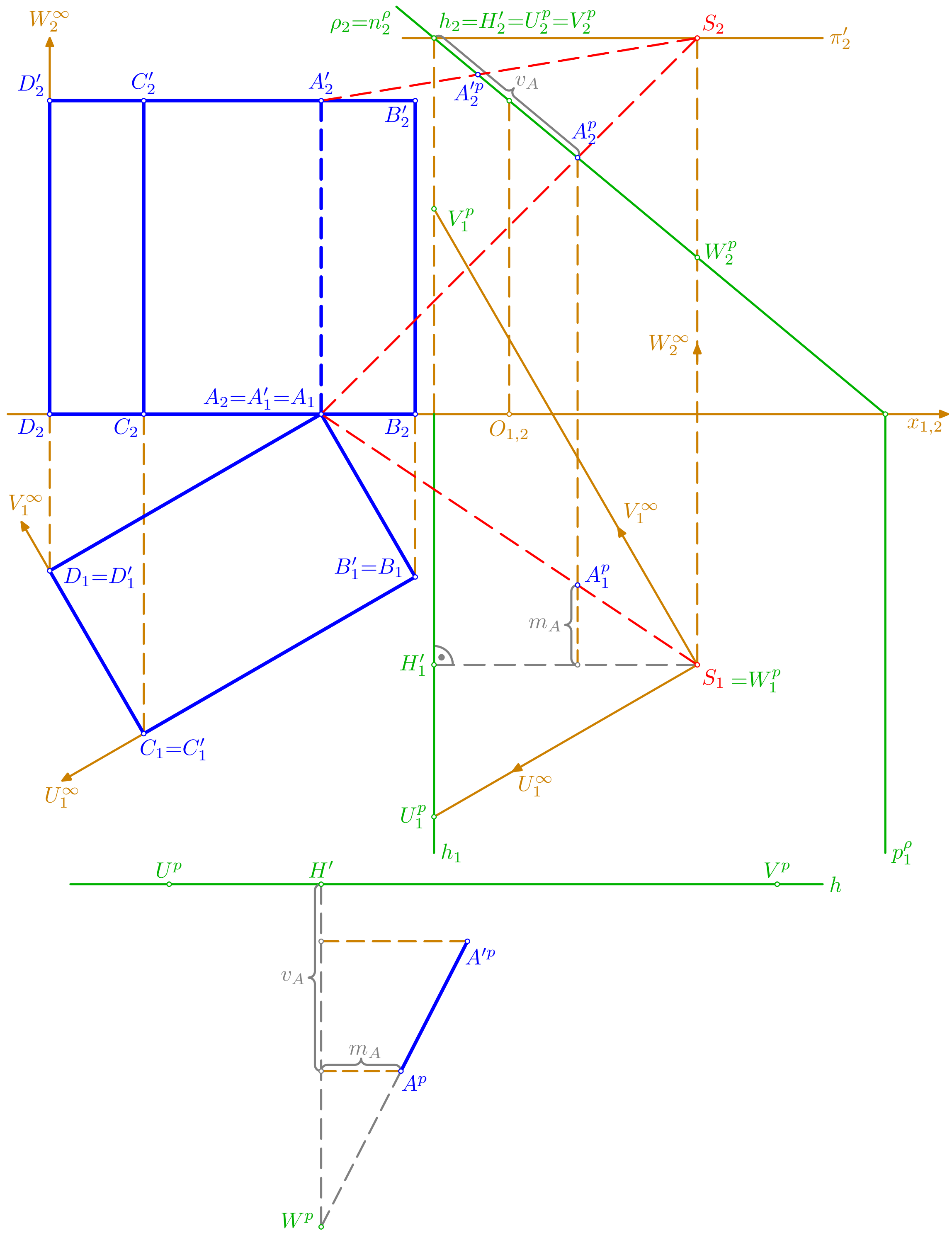
- podobně sestrojme **úběžník** W^p **svislého směru** W^∞: v Mongeově promítání je $W_2^p = \rho_2 \cap S_1S_2$, $W_1^p = S_1$; vzdálenost bodu W^p od pomocného bodu H' přenesme z nárysu do perspektivního obrázku: $|W^pH'| = |W_2^pH_2'|$, $W^pH' \perp h$



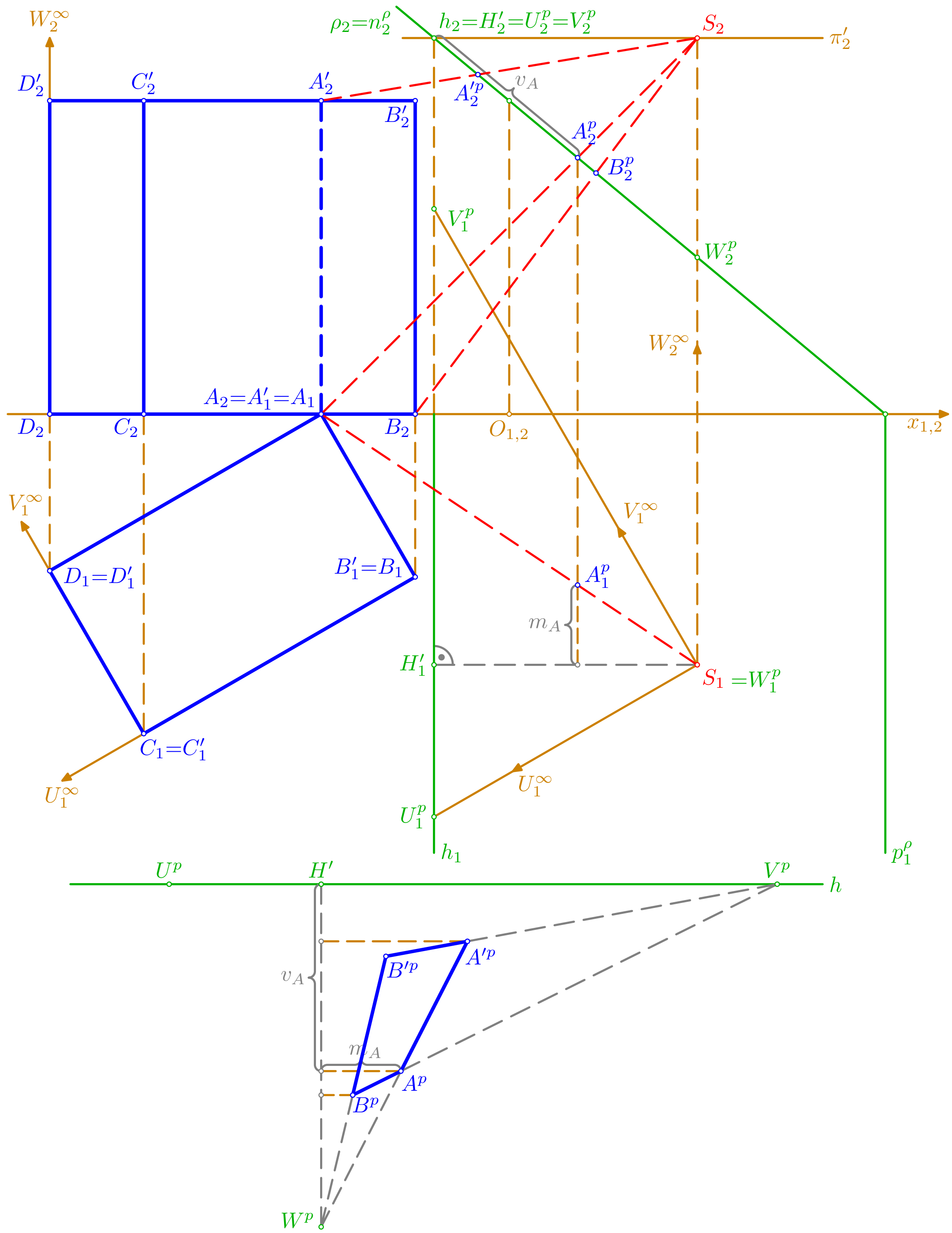
- sestrojme sdružené průměty A_1^p, A_2^p perspektivního průmětu A^p bodu A: v nárysе je $A_2^p = S_2A_2 \cap \rho_2$ a půdorys A_1^p odvodíme pomocí ordinály na přímce S_1A_1



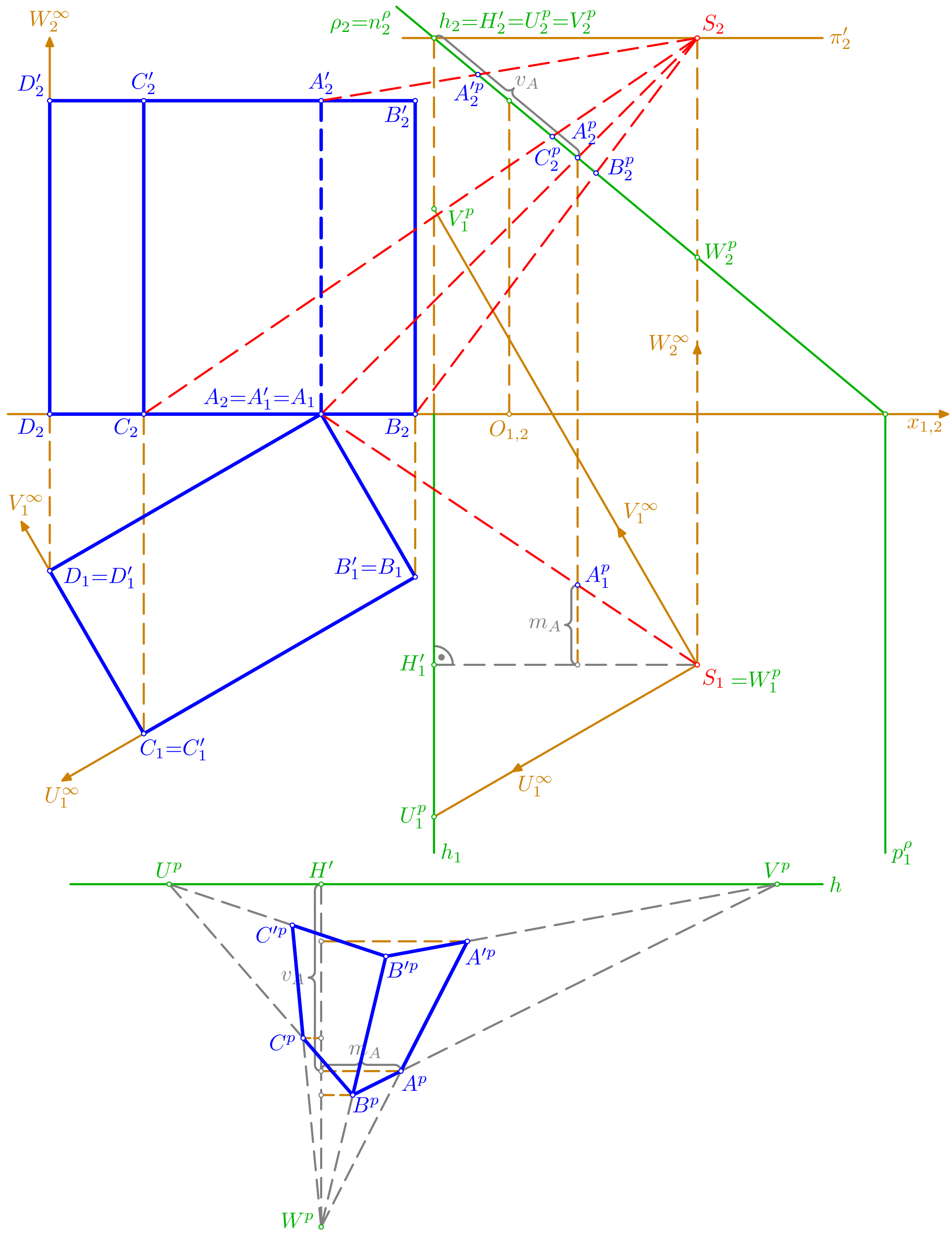
- bod A^p přenesme do perspektivního obrázku pomocí **průsečné metody**: vzdálenost v_A pod horizontem h odměříme v náryse ($v_A = |A_2^p h_2|$) a naneseme ji od bodu H' dolů, podobně odměříme v půdoryse vzdálenost m_A od hlavní vertikály $H'W^p$, naneseme ji (při pohledu z bodu S) doprava a získáme tak perspektivní průmět A_p vrcholu A



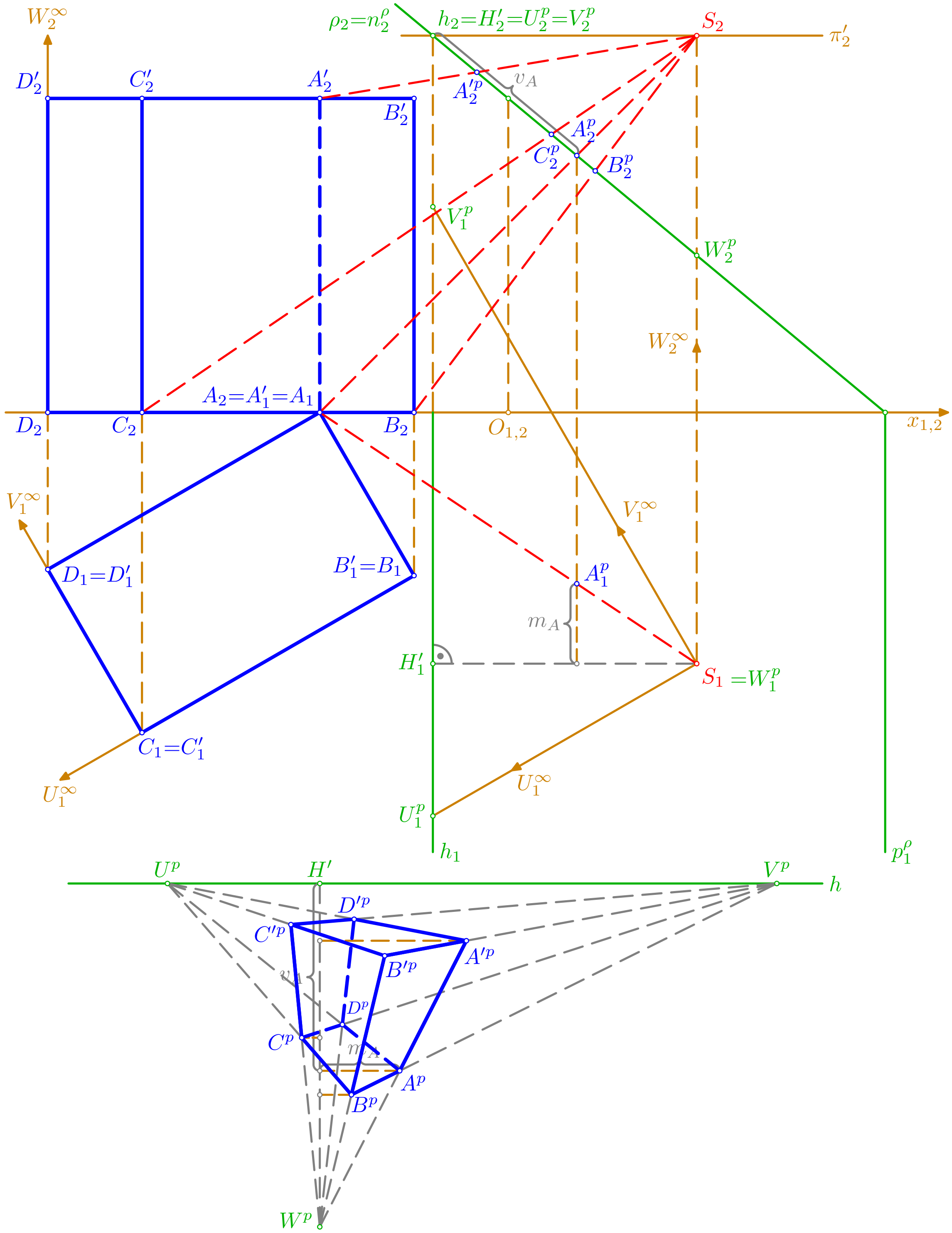
- pro perspektivu vrcholu A' užijeme začátek průsečné metody a úběžník W^p svislého směru: z nárysu přeneseme vzdálenost $|A_2'^p h_2|$ (kde $A_2'^p = S_2A_2' \cap \rho_2$) pod horizont h a dále bod A'^p najdeme na přímce W^pA^p



- podobně sestrojíme perspektivní průmět B^p bodu B pomocí začátku průsečné metody (výška $|B_2^p h_2|$ pod horizontem) a pomocí úběžníku V^p jednoho hlavního vodorovného směru; perspektivu B'^p vrcholu B' doplníme snadno již jen užitím úběžníků V^p, W^p



- analogicky jako v předchozím kroku najdeme perspektivní průměty C^p, C'^p bodů C, C'; užijeme při tom opět první část průsečné metody a úběžníky U^p, W^p



- perspektivní průměty D^p, D'^p zbývajících vrcholů D, D' již dokončíme jen pomocí úběžníků U^p, V^p hlavních vodorovných směrů: $D^p = A^pU^p \cap C^pV^p$ a $D'^p = A'^pU^p \cap C'^pV^p$; přitom musí přímka $D^pD'^p$ procházet úběžníkem W^p

□