Procvičení základních úloh v Mongeově promítání

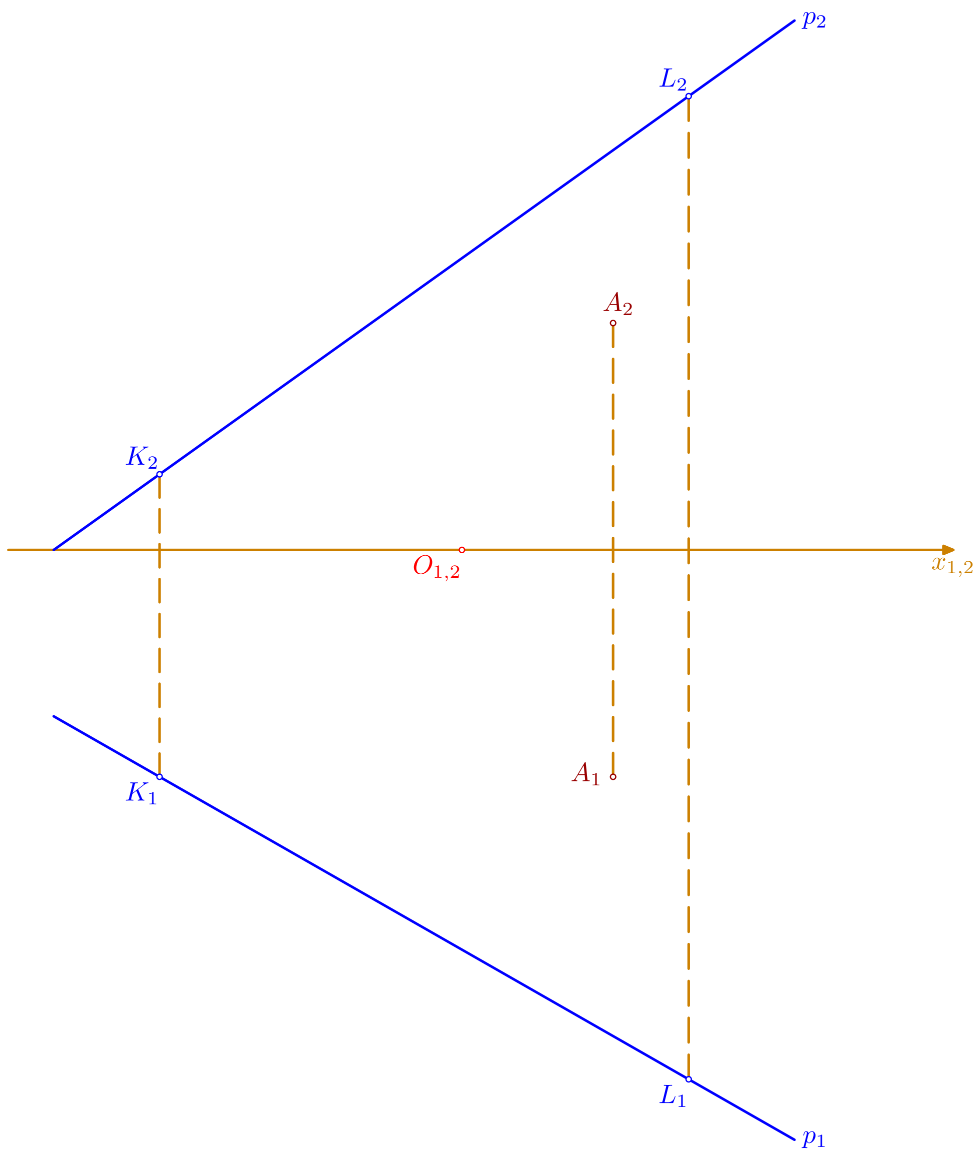
Vzdálenost bodu od přímky

Řešené úlohy

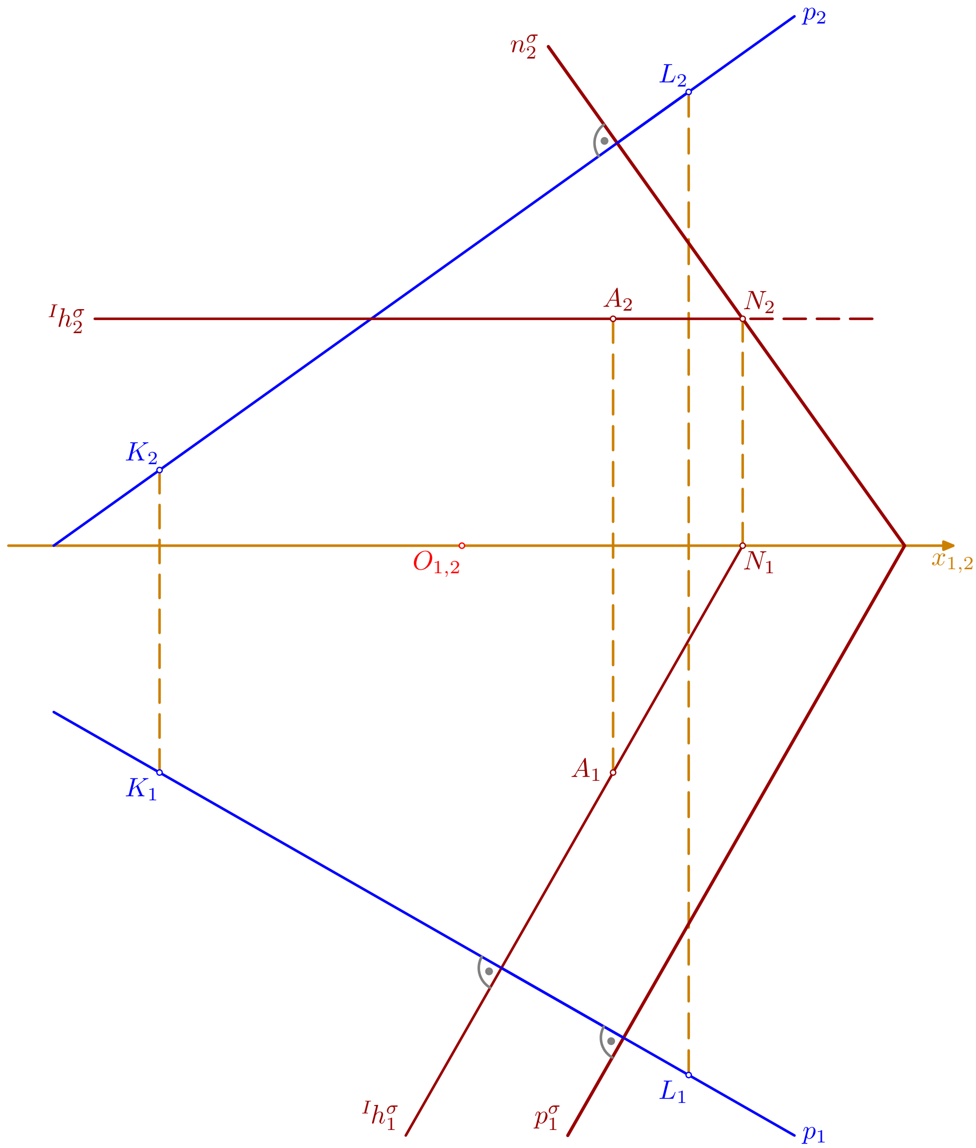
1. způsob řešení – užití roviny vedené daným bodem kolmo k dané přímce

Příklad: Určete vzdálenost $v = |Ap|$ bodu A od přímky $p = KL$; $A[2;3;3]$, $K[-4;3;1]$, $L[3;7;6]$.

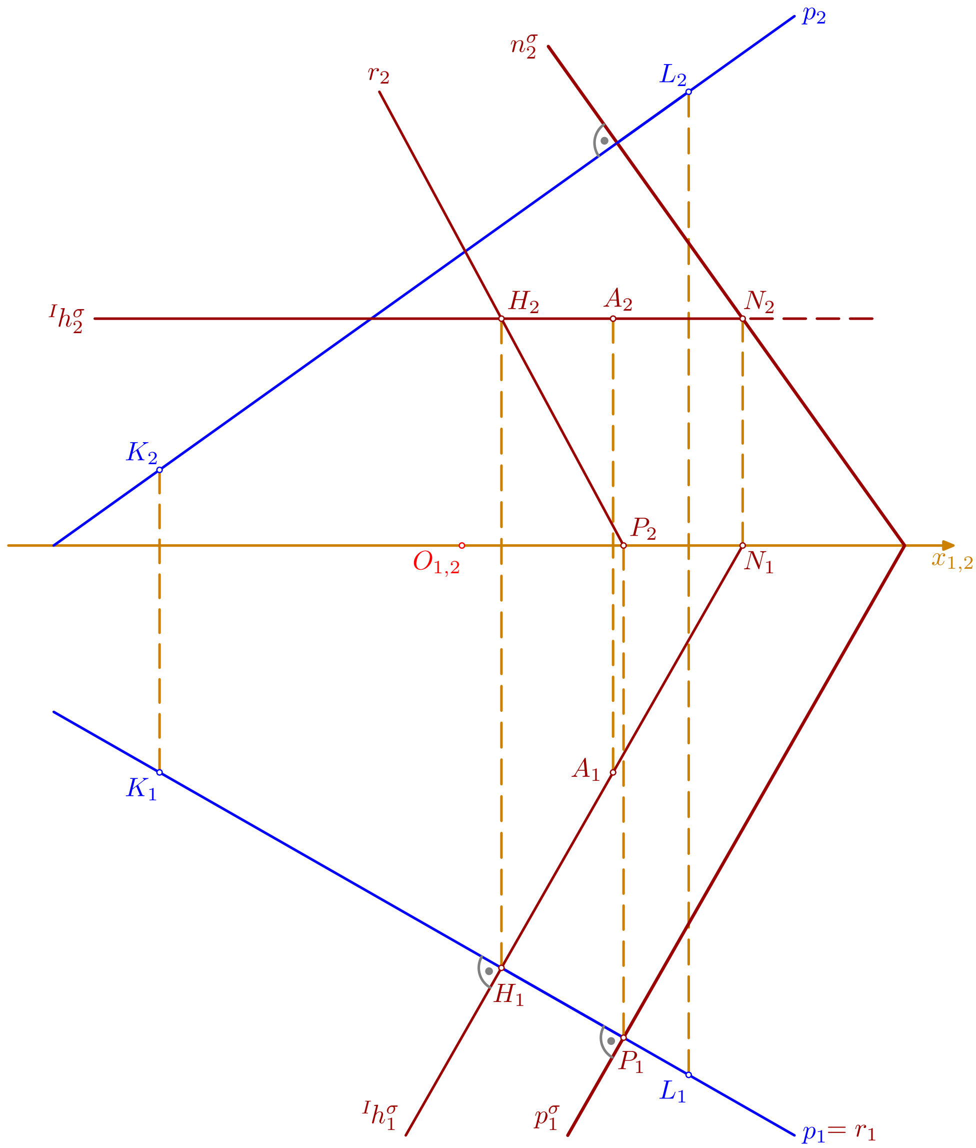
- podle zadání sestrojme sdružené průměty $A_1, A_2, K_1, K_2, L_1, L_2, p_1, p_2$ bodů A, K, L a přímky $p = KL$



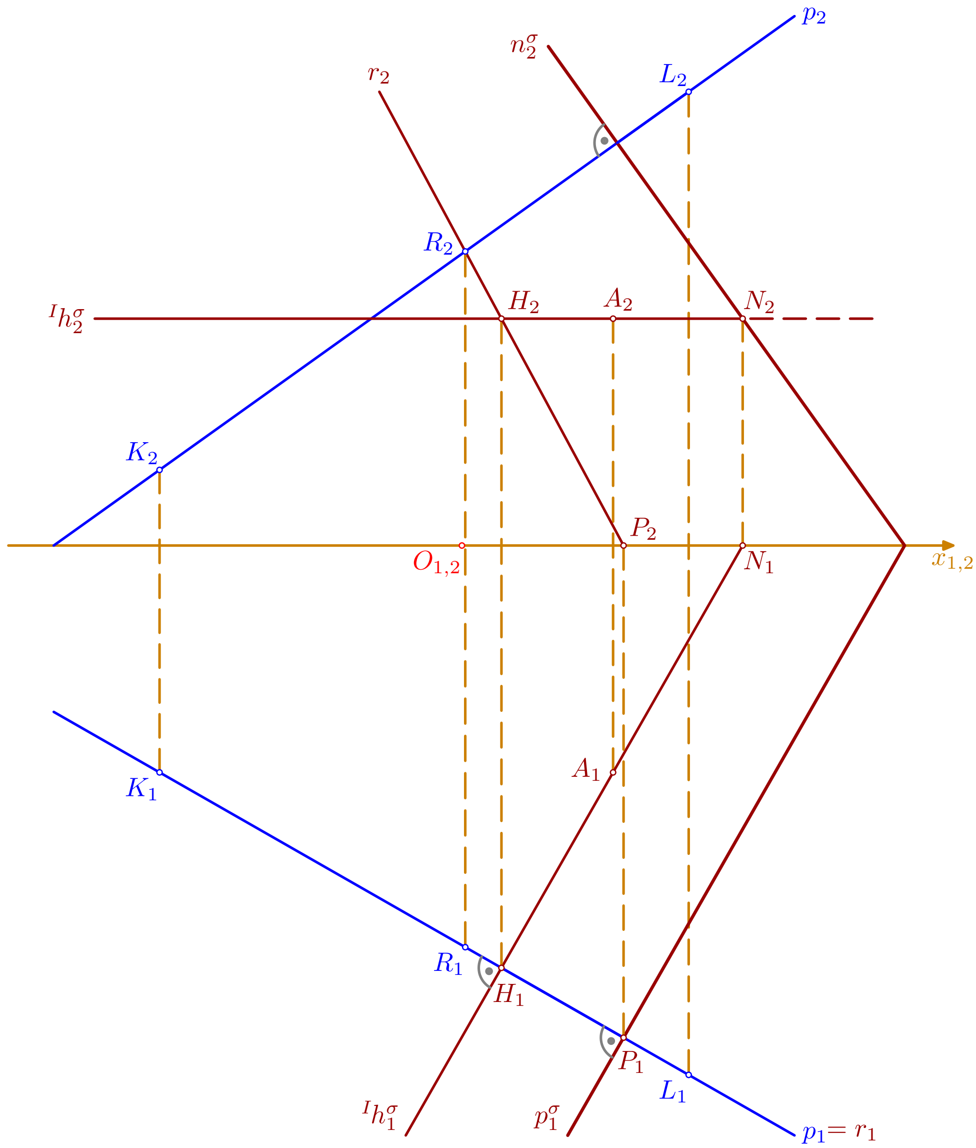
- bodem A veďme rovinu $\sigma \perp p$: přímka ${}^{I}h_1^{\sigma} \perp p_1, A_1 \in {}^{I}h_1^{\sigma}$ je půdorysem hlavní přímky I. osnovy roviny σ, pro její nárys platí ${}^{I}h_2^{\sigma} \parallel x_{1,2}, A_2 \in {}^{I}h_2^{\sigma}$; bod $N_1 = {}^{I}h_1^{\sigma} \cap x_{1,2}$ je půdorysem nárysného stopníku $N = {}^{I}h^{\sigma} \cap \nu$ sestrojené hlavní přímky, jeho nárys N_2 leží na ordinále a na přímce ${}^{I}h_2^{\sigma}$; a bodem N_2 prochází nárysná stopa $n_2^{\sigma} \perp p_2$, která se s půdorysnou stopou $p_1^{\sigma} \perp p_1$ protíná na ose x



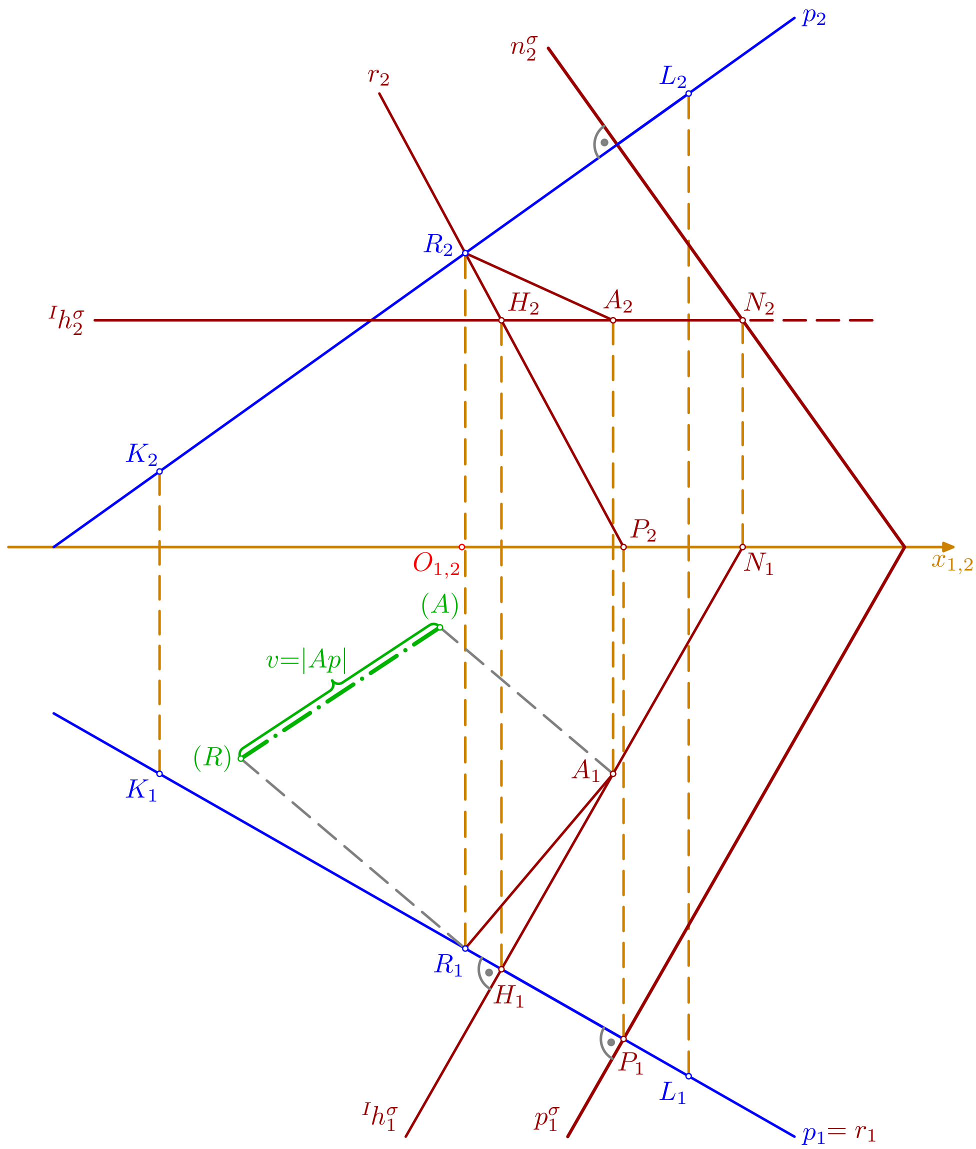
- půdorysně promítací rovina přímky p protíná rovinu σ v přímce $r = PH$, kde $P_1 = p_1^\sigma \cap p_1$ a nárys P_2 leží na ordinále a na ose x, podobně je $H_1 = {}^I h_1^\sigma \cap p_1$ a nárys H_2 leží na ordinále a na přímce ${}^I h_2^\sigma$; v půdoryse je pak $r_1 = P_1H_1 = p_1$ (r je půdorysně krycí přímka) a v nárysе dostaneme $r_2 = P_2H_2$



- sestrojená přímka r protíná danou přímku p v bodě R, který je současně průsečíkem přímky p s rovinou σ; v nárysе je $R_2 = p_2 \cap r_2$ a půdorys R_1 na ordinále a na přímce $p_1 = r_1$



- na závěr stačí určit skutečnou délku úsečky AR; proveďme to sklopením její půdorysně promítací roviny: pro sklopené polohy $(A), (R)$ bodů A, R platí $|(A)A_1| = = z_A = 3$, $|(R)R_1| = z_R = |xR_2|$; řešením úlohy je délka $v = |A\rho| = |AR| = |(A)(R)|$

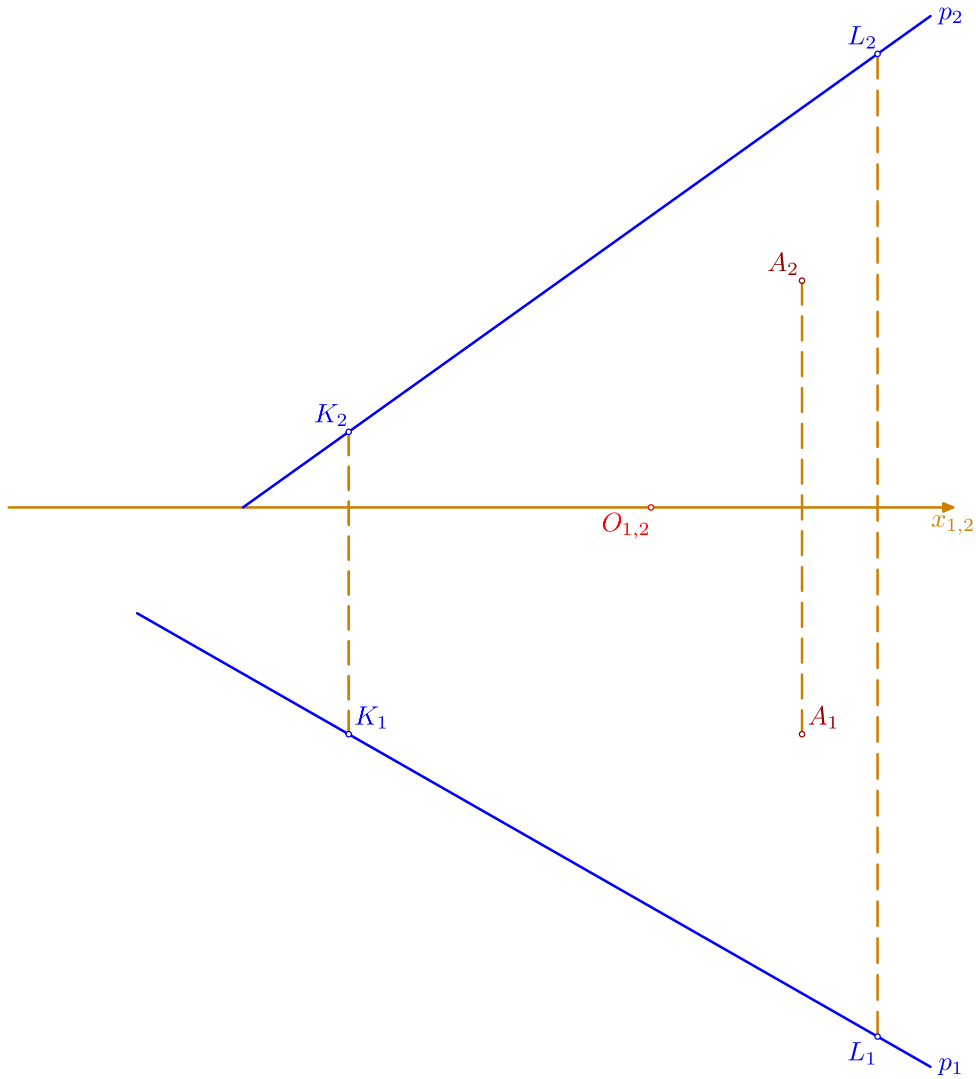


□

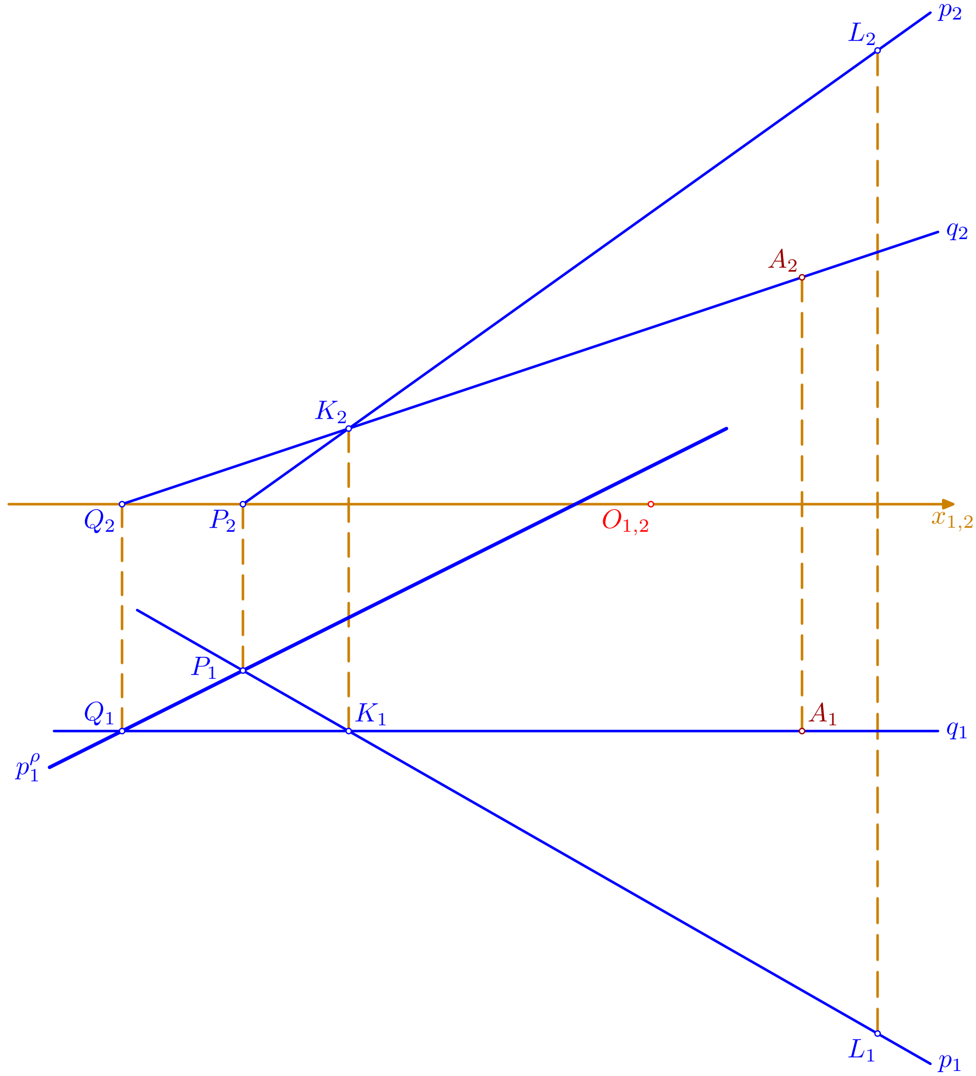
2. způsob řešení – pomocí otočení roviny určené daným bodem a danou přímkou

Příklad: Určete vzdálenost $v = |Ap|$ bodu A od přímky $p = KL$; $A[2; 3; 3]$, $K[-4; 3; 1]$, $L[3; 7; 6]$.

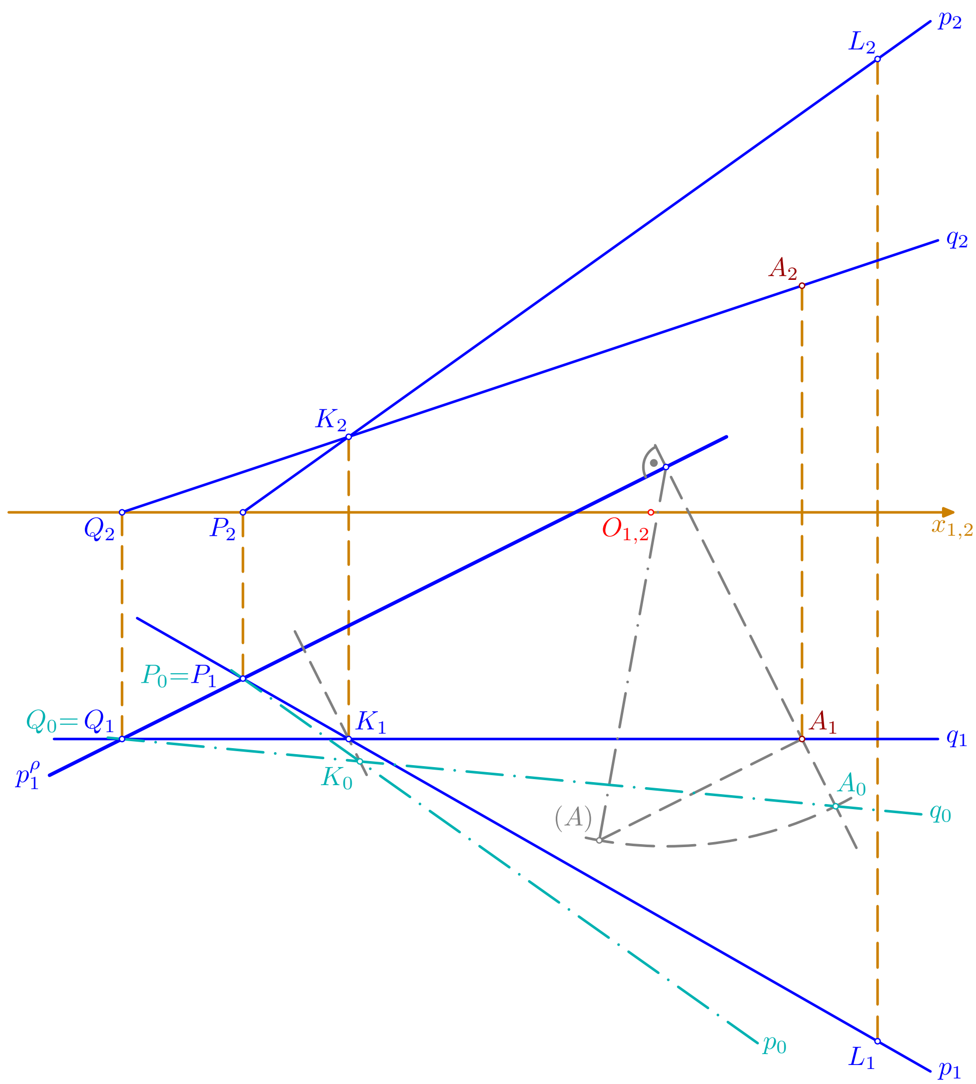
- podle zadání sestrojme sdružené průměty $A_1, A_2, K_1, K_2, L_1, L_2, p_1, p_2$ bodů A, K, L a přímky $p = KL$



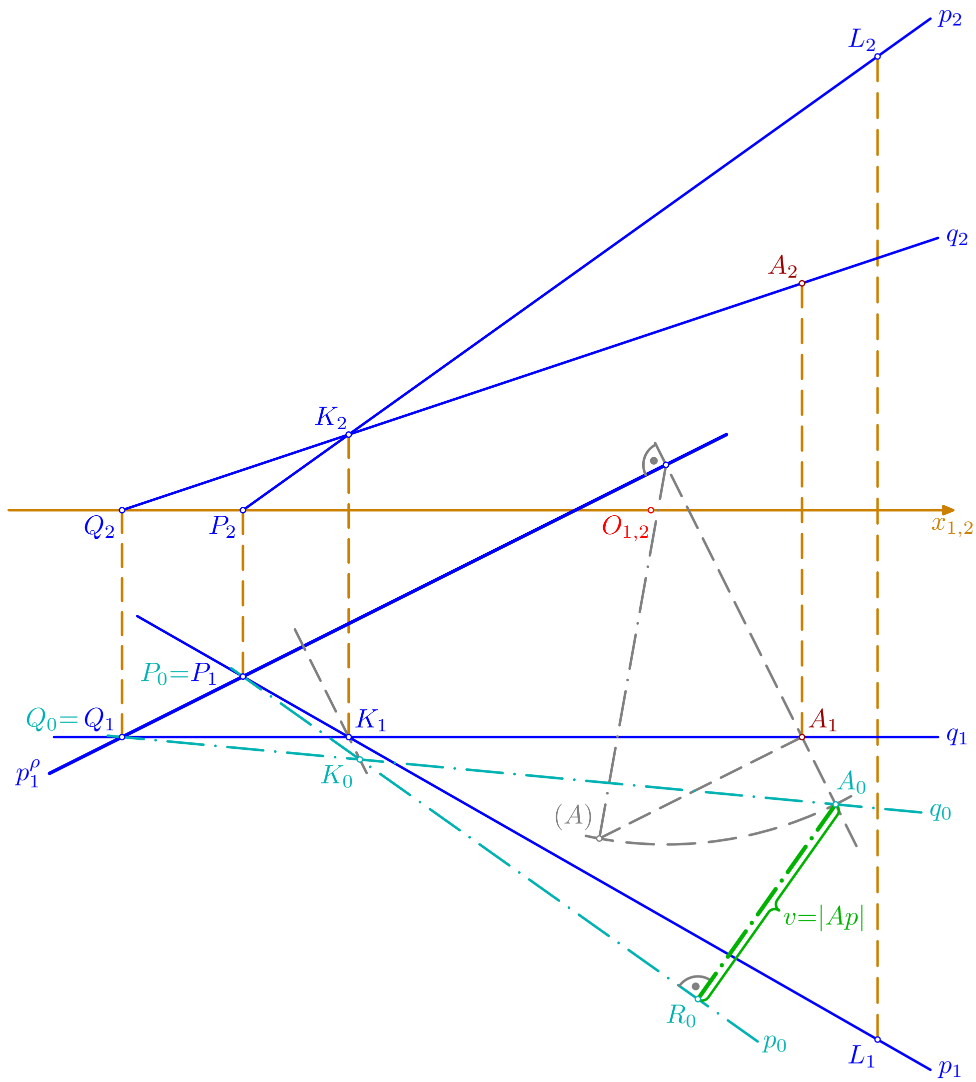
- sestrojme půdorysnou stopu $p^\rho = PQ$ roviny $\rho = Ap = AKL$, kde body P, Q jsou půdorysné stopníky přímek $p = KL, q = AK$: v nárysе je $P_2 = p_2 \cap x_{1,2}$ a $Q_2 = q_2 \cap x_{1,2}$, půdorysy $P_1 \in p_1, Q_1 \in q_1$ leží na příslušných ordinálách; půdorysná stopa je přímka $p_1^\rho = P_1Q_1$



- rovinu ρ otočme kolem půdorysné stopy p^ρ do půdorysny, sestrojme otočené polohy A_0, p_0 bodu A a přímky p: nejprve určeme poloměr otáčení bodu A sklopením příslušné roviny otáčení (viz sklopená poloha (A) bodu A, kde $|A_1(A)| = z_A = 3$) a sestrojme otočenou polohu A_0 (volíme variantu otočení o menší úhel); bod $Q = Q_1 = Q_0$ zůstává při otáčení na místě a přímka $q_0 = Q_0A_0$ je otočenou polohou přímky q; na ní sestrojíme otočenou polohu K_0 bodu K a následně otočenou polohu $p_0 = P_0K_0$ přímky p, kde $P_0 = P_1 = P$; jinak řečeno, body A_1 a A_0, resp. K_1 a K_0, si odpovídají v pravoúhlé osové afinitě, jejíž osou je stopa p_1^ρ; v této afinitě si také odpovídají přímky p_1 a p_0, resp. q_1 a q_0, které se protínají v samodružném bodě $P_1 = P_0$, resp. $Q_1 = Q_0$, na ose p_1^ρ



- nyní již snadno úlohu dořešíme v otočení: bodem A_0 veďme kolmici k přímce p_0, její patu označme R_0 a svorkou zvýrazněme výsledek, jímž je velikost $v = |A_0R_0| = |A_0p_0| = |Ap|$ úsečky A_0R_0



□

Např. pomocí kružítka můžeme zkusit ověřit, že oba způsoby řešení vedou k témuž výsledku. . .