

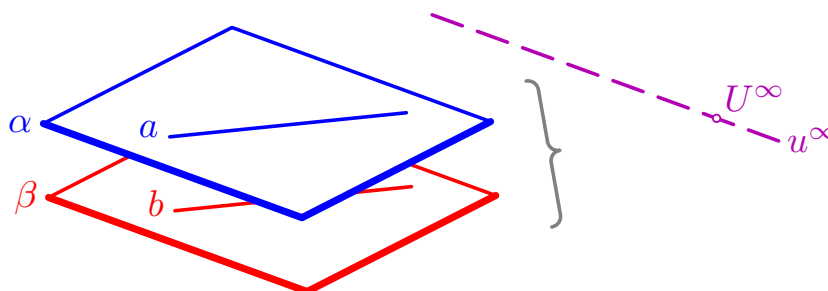
Úvod do promítání

Výklad



Nevlastní útvary

- **nevlastní bod**
 - určen soustavou navzájem rovnoběžných přímk (směrem)
 - „bod v nekonečnu“
 - „průsečík rovnoběžek“
- **nevlastní přímka**
 - určena soustavou navzájem rovnoběžných rovin (dvojsměrem)
 - „přímka v nekonečnu“
 - „průsečnice rovnoběžných rovin“
 - přitom se zachovává incidence, jak naznačuje následující obrázek



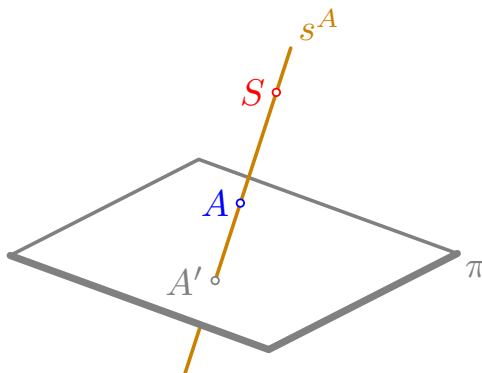
- **nevlastní rovina**
 - souhrn všech nevlastních bodů a přímek
 - v 3D je jediná
- vlastní + nevlastní útvary → tzv. **rozšířený geometrický prostor**
- **příklad užití:** válcová plocha je kuželová plocha s nevlastním vrcholem. . .

Promítání

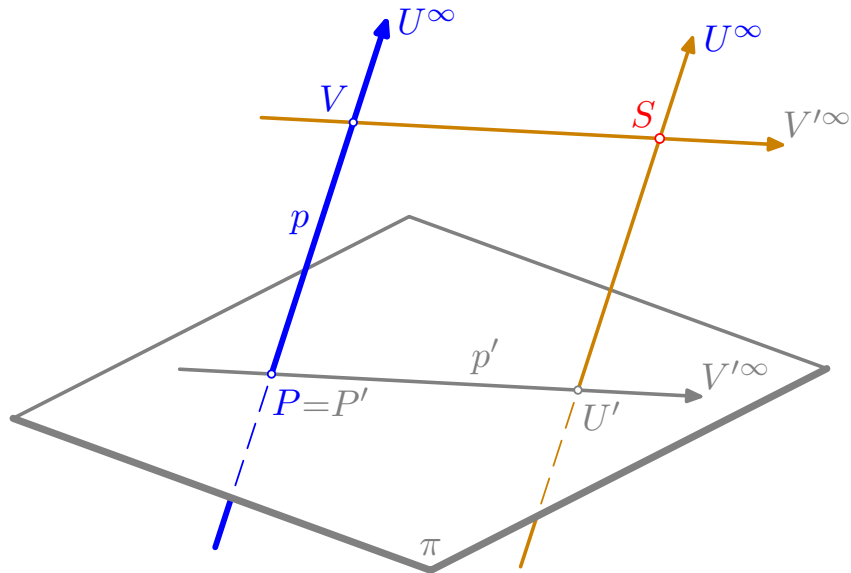
- nejběžnější metoda používaná k zobrazení 3D objektů do roviny
- tradičně se rozděluje na promítání **středové** a **rovnoběžné**

Středové promítání

- je dána vlastní rovina π , tzv. **průmětna**, a vlastní bod S , tzv. **střed promítání**, který neleží v průmětně π



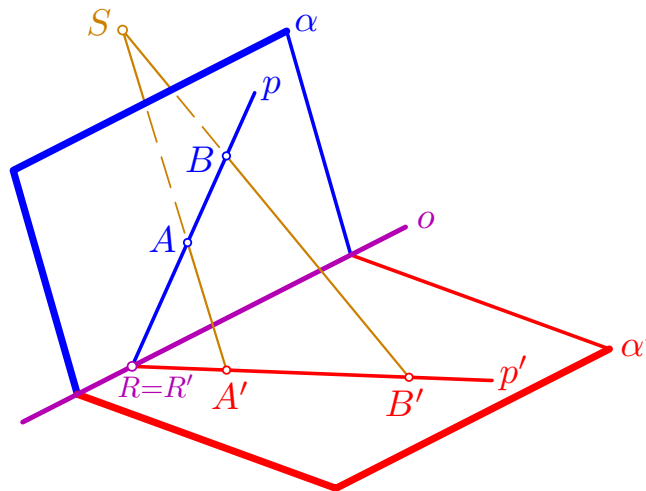
- nechť bod $A \neq S$ je bodem rozšířeného prostoru (tj. může být vlastní i nevlastní); přímka $s^A = SA$, tzv. **promítací přímka** bodu A , protíná průmětnu π v bodě A' (ten může být také vlastní i nevlastní – zajímavý námět k promyšlení), který je pak **středovým průmětem** bodu A v daném středovém promítání
- **vlastnosti**
 - průmětem bodu je bod
 - průmětem přímky je přímka nebo bod
 - průmětem roviny je celá průmětna nebo přímka
 - zachovává se incidence (náležení)
 - obecně se nezachovává rovnoběžnost, střed úsečky, délka úsečky, velikost úhlu, a tedy ani kolmost
- nechť přímka p' je středovým průmětem přímky p , která je různoběžná s průmětnou π , přičemž středem promítání je bod S
 - bod $P = p \cap \pi$ se nazývá **stopník** přímky p ; zřejmě splývá se svým průmětem $P' = P$
 - středovým průmětem nevlastního bodu U^∞ přímky p je tzv. **úběžník** U' přímky p
 - naopak, bod $V \in p$, jehož středovým průmětem je nevlastní bod V'^∞ přímky p' , se nazývá **protiúběžník** přímky p



- analogicky se zavádí pojmy **stopa**, **úběžnice** a **protiúběžnice** v případě středového promítání roviny, která je různoběžná s průmětnou

Středová kolineace mezi dvěma rovinami

- jedná se o **zobrazení**, které je speciálním případem středového promítání, a sice bodů z jedné roviny do roviny druhé



- střed S promítání je současně **středem kolineace**, průsečnice o (může být i nevlastní) daných rovin α, α' je tzv. **osa kolineace**

- **vlastnosti**

- odpovídající si body (např. A, A' nebo B, B') leží na přímkách, které procházejí středem S kolineace
- odpovídající si přímky ($p = AB, p' = A'B'$) se protínají na ose o kolineace v tzv. **samodružných bodech** ($R = R'$)
- jinak se přenášejí všechny ostatní vlastnosti středového promítání

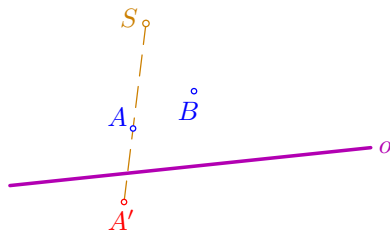
Středová kolineace v rovině

- **zobrazení v rovině**, které lze získat vhodným průmětem (lhostejno zda středovým či rovnoběžným) středové kolineace mezi dvěma rovinami do dané třetí roviny
- **základní pojmy a vlastnosti** se přenášejí
 - středová kolineace v rovině je nejčastěji dána svým **středem** S , **osou** o a jednou dvojicí odpovídajících si bodů A, A'
 - odpovídající si body leží na přímkách, které procházejí středem S kolineace
 - odpovídající si přímky se protínají na ose o kolineace v tzv. **samodružných bodech**

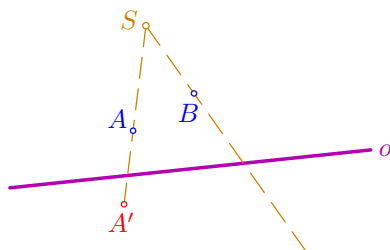
Řešené úlohy

Příklad: Sestrojte obraz B' bodu B ve středové kolineaci dané středem S , osou o a dvojicí odpovídajících si bodů A, A' .

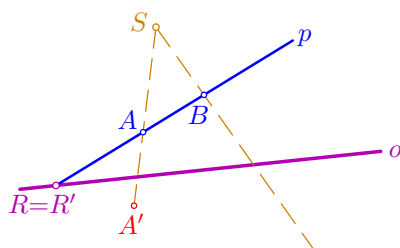
- zadání: střed S , osa o kolineace, dvojice A, A' odpovídajících si bodů, přičemž přímka AA' prochází bodem S , a bod B



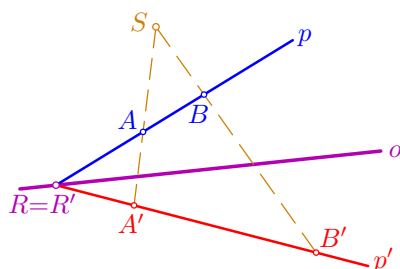
- hledaný obraz B' bodu B v dané kolineaci musí ležet na přímce SB



- přímka $p = AB$ protíná osu o kolineace v samodružném bodě $R = R'$



- pro bod B' platí $B' = SB \cap p'$, kde přímka $p' = R'A'$ odpovídá přímce p v zadané kolineaci; tím je úloha vyřešena...



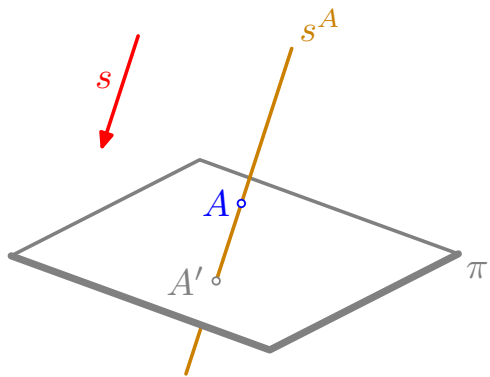
□

Výklad



Rovnoběžné promítání

- je dána vlastní rovina π , tzv. **průmětna**, a směr s , tzv. **směr promítání**, který není s průmětnou π rovnoběžný (směr s vlastně určuje nevlastní bod S^∞ , který v π neleží, tj. rovnoběžné promítání je středové promítání s nevlastním středem)



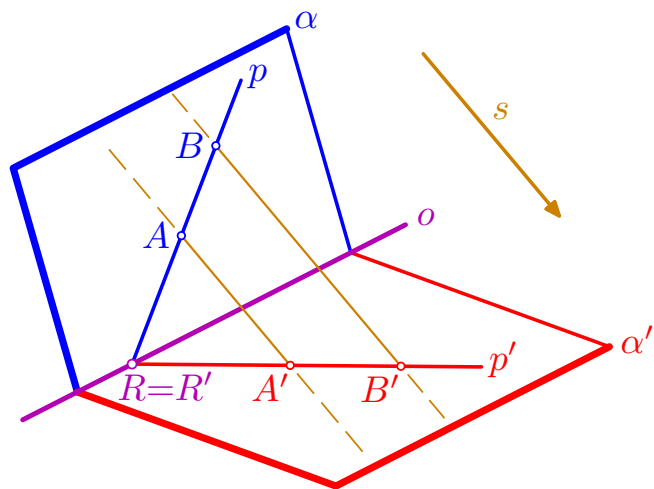
- nechť bod A je vlastním bodem rozšířeného prostoru; přímka $s^A \parallel s$, kde $A \in s^A$, je tzv. **promítací přímka** bodu A ; ta protíná průmětnu π v bodě A' , který je pak **rovnoběžným průmětem** bodu A v daném rovnoběžném promítání

• **vlastnosti**

- průmětem bodu je bod
- průmětem přímky je přímka nebo bod
- průmětem roviny je celá průmětna nebo přímka
- zachovává se incidence (náležení), rovnoběžnost, střed úsečky
- obecně se nezachová délka úsečky, velikost úhlu, a tedy ani kolmost

Osová afinita mezi dvěma rovinami

- jedná se o **zobrazení**, které je speciálním případem rovnoběžného promítání, a sice bodů z jedné roviny do roviny druhé



- směr s promítání je současně **směrem afinity**, průsečnice o (může být i nevlastní) daných rovin α, α' je tzv. **osa afinity**
- **vlastnosti**
 - odpovídající si body (např. A, A' nebo B, B') leží na přímkách, které jsou rovnoběžné se směrem s afinity
 - odpovídající si přímky ($p = AB, p' = A'B'$) se protínají na ose o afinity v tzv. **samodružných bodech** ($R = R'$)
 - jinak se přenášejí všechny ostatní vlastnosti rovnoběžného promítání

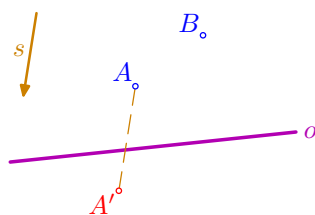
Osová afinita v rovině

- **zobrazení v rovině**, které lze získat vhodným rovnoběžným průmětem osově afinity mezi dvěma rovinami do dané třetí roviny
- **základní pojmy a vlastnosti** se přenášejí
 - osová afinita v rovině je nejčastěji dána svým **směrem** s , **osou** o a jednou dvojicí odpovídajících si bodů A, A' ; je-li $s \perp o$, pak se afinita nazývá **pravoúhlá**; je-li $s \parallel o$, jde o tzv. **elaci**
 - odpovídající si body leží na přímkách, které jsou rovnoběžné se směrem s afinity
 - odpovídající si přímky se protínají na ose o kolineace v tzv. **samodružných bodech**

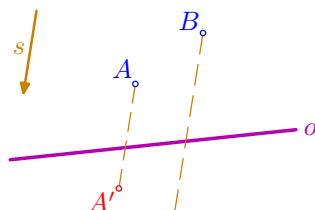
Řešené úlohy

Příklad: Sestrojte obraz B' bodu B v osově afinitě dané směrem s , osou o a dvojicí odpovídajících si bodů A, A' .

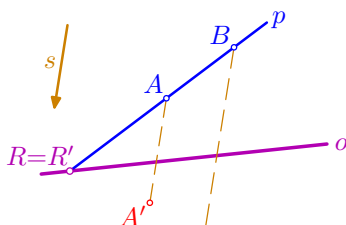
- zadání: směr s , osa o afinity, dvojice A, A' odpovídajících si bodů, přičemž je $AA' \parallel s$, a bod B



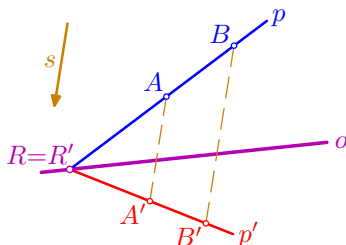
- hledaný obraz B' bodu B v dané afinitě musí ležet na přímce vedené bodem B rovnoběžně se směrem s



- přímka $p = AB$ protíná osu o afinity v samodružném bodě $R = R'$



- pro bod B' platí $BB' \parallel s$ a $B' \in p'$, kde přímka $p' = R'A'$ odpovídá přímce p v zadané afinitě; tím je úloha vyřešena...



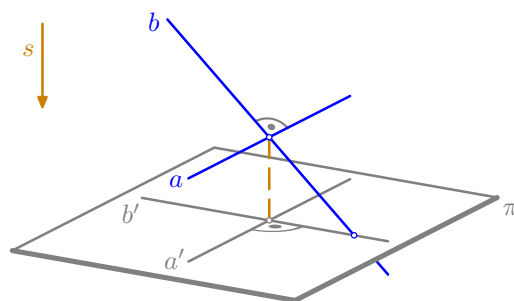
□

Výklad



Pravouhlé (kolmé, ortogonální) promítání

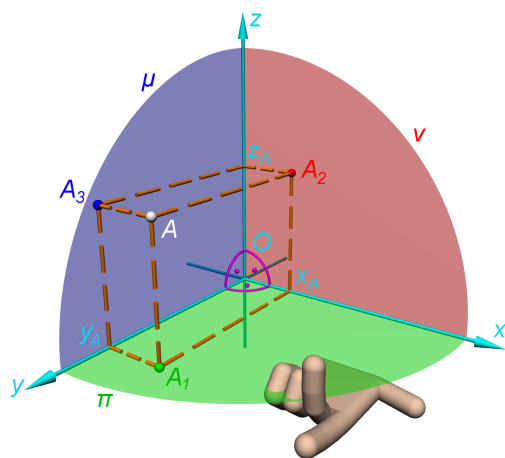
- směr promítání kolmý k průmětně (jedná se tedy o speciální případ rovnoběžného promítání)
- zachovávají se všechny vlastnosti rovnoběžného promítání a navíc lze dokázat tzv. **Větu o pravouhlém průmětu pravého úhlu**



$$a \perp b, a \parallel \pi \text{ a } b \not\parallel \pi \Rightarrow a' \perp b'$$

Pravoúhlá souřadnicová soustava

- popis bodů pomocí čísel – **souřadnic**



π ... půdorysna

ν ... nárysna

μ ... bokorysna

A_1, A_2, A_3 ... půdorys, nárys, bokorys bodu A

x_A, y_A, z_A ... x -ová, y -ová, z -ová souřadnice bodu A

tzv. **levotočivý** pravoúhlý souřadnicový systém