Geometrická zobrazení v rovině

Otočení (rotace)

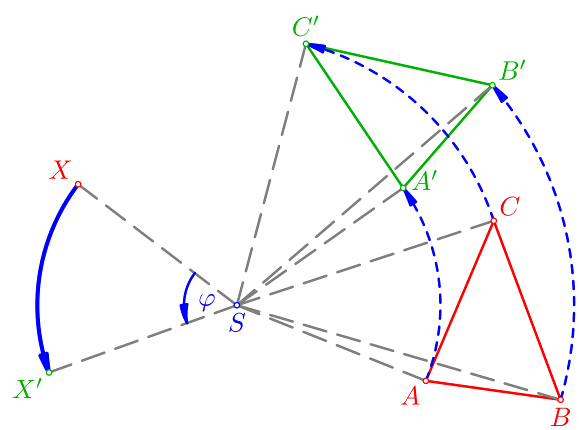
Výklad

- **otočení** (**rotace**) **kolem středu** S o úhel velikosti φ ($0° < \varphi \leq 360°$) v daném kladném nebo záporném smyslu je přímá shodnost, která přiřazuje bodu S týž bod $S' = S$ a každému jinému bodu $X \neq S$ roviny přiřazuje obraz X' tak, že platí:

  1. bod X' leží na kružnici o středu S a poloměru $|SX|$
  2. polopřímka SX' se získá otočením polopřímky SX o daný úhel otočení velikosti φ v daném smyslu (kladném, tj. proti směru pohybu hodinových ručiček; nebo záporném, tj. po směru pohybu hodinových ručiček)

- otočení je jednoznačně určeno **středem otočení** S, velikostí **úhlu otočení** φ a daným **smyslem otočení**

- pro velikost $\varphi = 360°$ úhlu otočení jsou všechny body roviny samodružné, pro $\varphi \neq 360°$ je samodružný pouze střed S; pro velikost $\varphi = 360°$ úhlu otočení jsou všechny přímky roviny (silně) samodružné, pro velikost $\varphi = 180°$ jsou (slabě) samodružné všechny přímky jdoucí bodem S, v ostatních případech ($\varphi \neq 360°, \varphi \neq 180°$) otočení samodružné přímky nemá



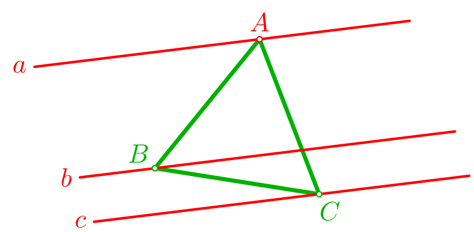
Řešené úlohy

Konstrukce rovnostranného trojúhelníka z daných prvků

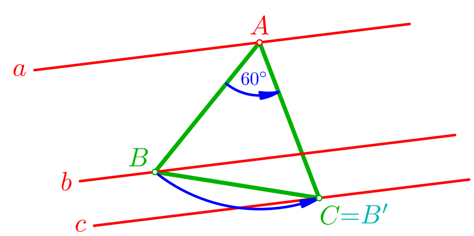
Příklad: Jsou dány tři navzájem různé rovnoběžné přímky a, b, c ($a \parallel b \parallel c$) a bod $A \in a$; sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC tak, aby byl $B \in b$ a $C \in c$.

Rozbor úlohy:

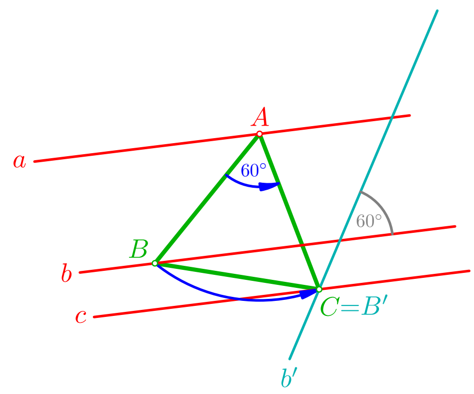
- předpokládejme, že úloha je vyřešena: načrtněme rovnostranný trojúhelník ABC, jeho vrcholy A, B, C veďme po řadě tři různé rovnoběžné přímky a, b, c a nyní zkoumejme vztahy, které je zde možno využít...



- z vlastností rovnostranného trojúhelníka plyne, že otočení kolem středu A o úhel velikosti $60°$ v kladném smyslu přiřazuje vrcholu B obraz $B' = C$



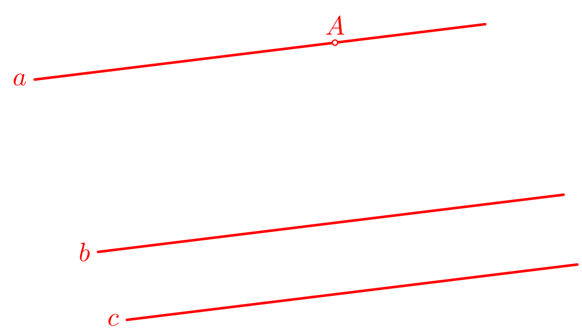
- pro řešení úlohy bude tedy stačit v tomto otočení sestrojit obraz b' přímky b a najít průsečík přímek b', c (dá se ukázat, že jeden z úhlů, které svírají přímka b a její obraz b' má velikost rovnu velikosti úhlu použitého otočení)



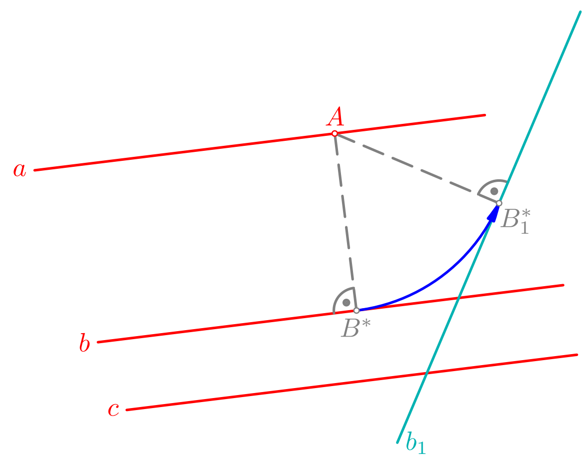
□

Konstrukce:

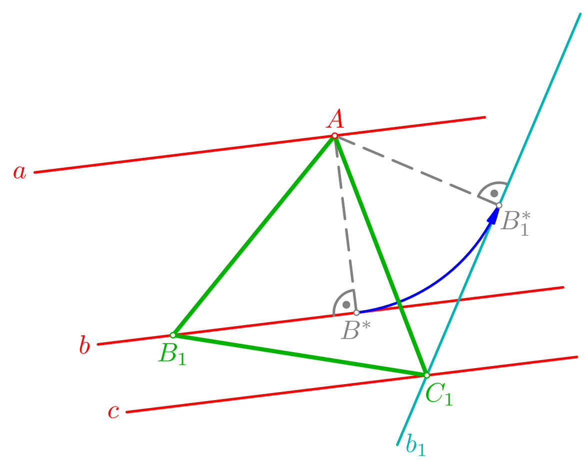
- zadání úlohy: jsou dány tři navzájem různé rovnoběžné přímky a, b, c ($a \parallel b \parallel c$) a bod $A \in a$



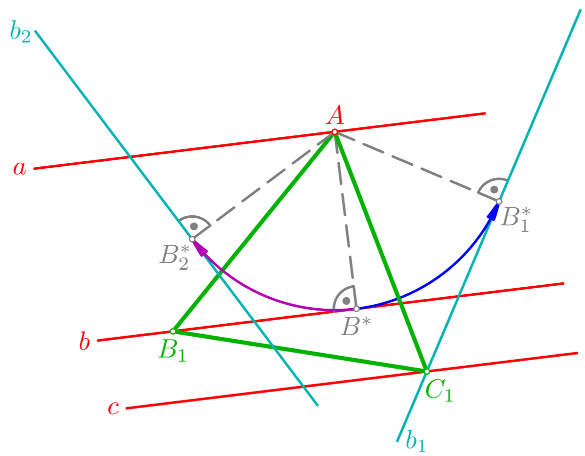
- sestrojme obraz b_1 přímky b v otočení R_1 kolem středu A o úhel velikosti $60°$ v kladném směru a to například takto: na přímce b sestrojme bod B^* tak, že $AB^* \perp b$, určeme jeho obraz B_1^* v otočení R_1 a tímto veďme přímku $b_1 \perp AB_1^*, B_1^* \in b_1$



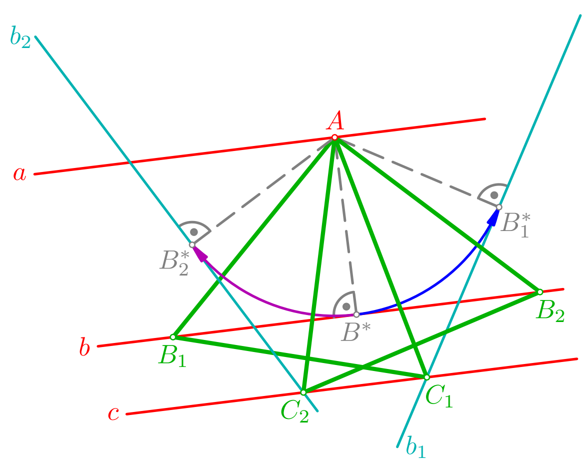
- průsečík $C_1 = b_1 \cap c$ je pak vrcholem hledaného rovnostranného trojúhelníka AB_1C_1, jehož třetí vrchol B_1 najdeme na přímce b



- tytéž konstrukce proveďme také v otočení R_2, které se od R_1 liší pouze záporným smyslem otočení: obrazem B_2^* bodu B^* v otočení R_2 sestrojme přímku $b_2 \perp AB_2^*$, $B_2^* \in b_2$ jako obraz přímky b v tomto otočení R_2



- průsečík $C_2 = b_2 \cap c$ je pak rovněž vrcholem hledaného rovnostranného trojúhelníka AB_2C_2, který je druhým řešením dané úlohy; trojúhelníky AB_1C_1 a AB_2C_2 jsou zřejmě osově souměrné podle přímky AB^*



□

Diskuze:
Úloha má vždy právě dvě řešení osově souměrná podle přímky AB^* jdoucí bodem A kolmo k přímce a.