Geometrická zobrazení v rovině

Posunutí (translace)

Výklad

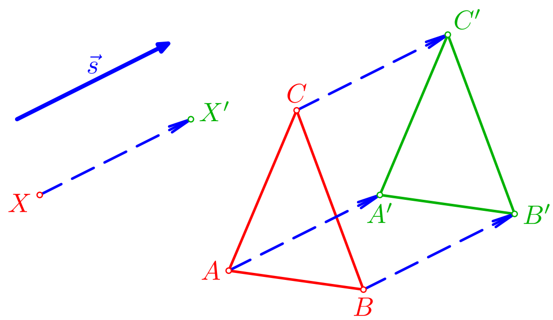
- **posunutí** (**translace**) v rovině je přímá shodnost, která každému bodu X roviny přiřazuje obraz X' tak, že platí $\overrightarrow{XX'} = \vec{s}$, kde $\vec{s}$ je daný vektor

- vektoru $\vec{s}$ se říká **vektor posunutí**, jeho délka udává **délku posunutí** a jeho směr určuje **směr posunutí**

- posunutí je jednoznačně určeno vektorem posunutí

- posunutí nemá samodružné body; (slabě) samodružné jsou všechny přímky rovnoběžné se směrem posunutí

- je-li přímka p' obrazem dané přímky p v posunutí, pak platí $p \parallel p'$



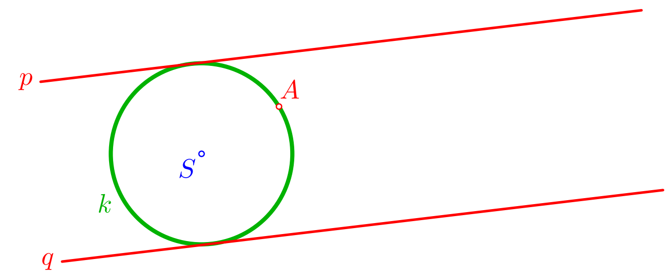
Řešené úlohy

Varianta Apolloniovy úlohy Bpp

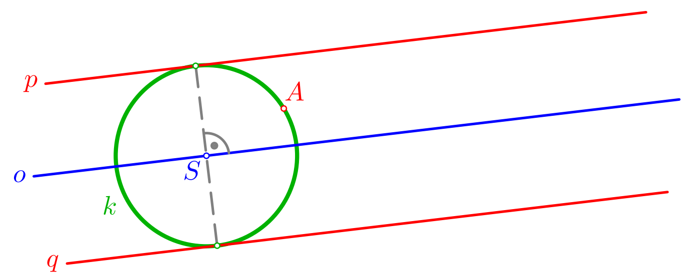
Příklad: Sestrojte kružnici, která prochází daným bodem A a dotýká se daných různých rovnoběžných přímek p, q ($p \parallel q, p \neq q$).

Rozbor úlohy:

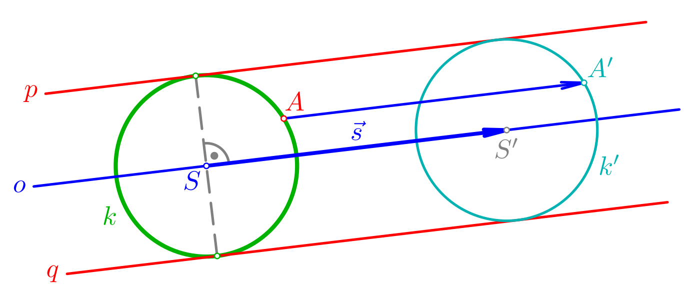
- předpokládejme, že úloha je vyřešena: načrtněme kružnici k o středu S a libovolném poloměru r, zvolme na ní bod A, přidejme rovnoběžné tečny p, q a nyní zkoumejme vztahy, které je zde možno využít...



- střed S kružnice k zřejmě musí ležet na ose o pásu omezeného rovnoběžkami p, q (viz množinu $M3$ v přehledu nejužívanějších množin všech bodů dané vlastnosti)



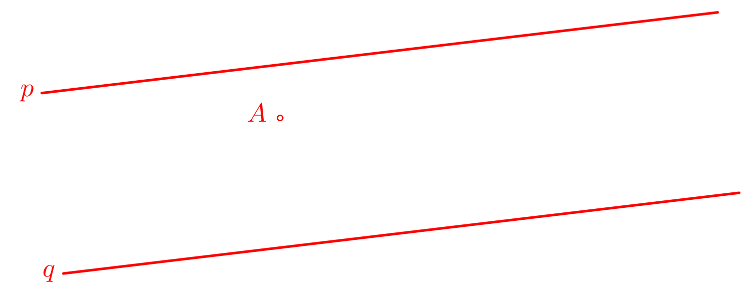
- na přímce o zvolme bod S' tak, aby kružnice $k'(S', r{=}|SA|)$ kolem něj opsaná neprocházela bodem A; kružnice k' se také dotýká rovnoběžek p, q a odpovídá kružnici k v posunutí určeném směrovým vektorem $\vec{s} = S' - S$; v tomto posunutí je obrazem bodu $A \in k$ bod $A' \in k'$; v následující konstrukci zkusme tedy nejprve zvolit kružnici k' a jejím posunutím v opačném směru vyřešíme danou úlohu



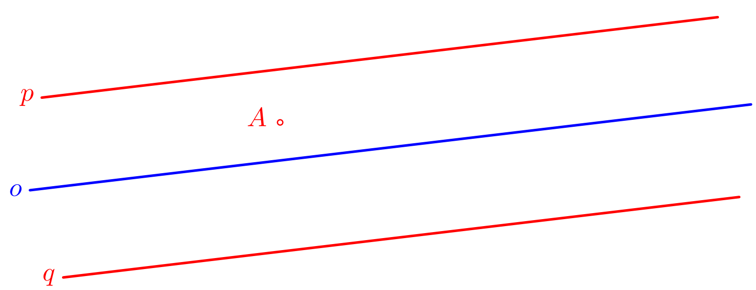
□

Konstrukce:

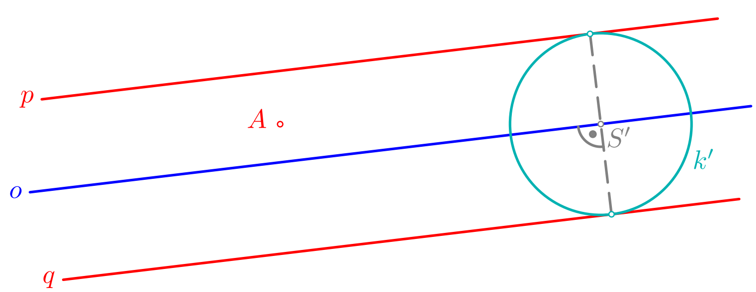
- zadání úlohy: je dán bod A a dvě různé rovnoběžné přímky p, q ($p \parallel q, p \neq q$)



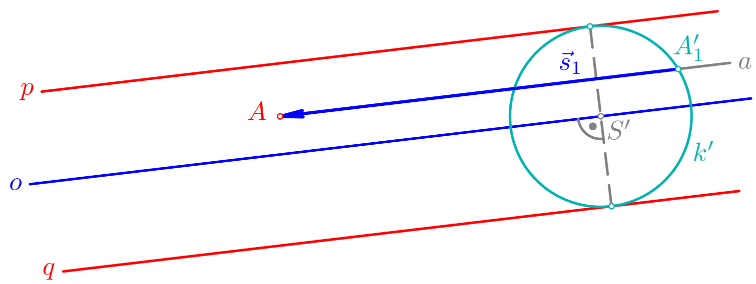
- nejprve sestrojme osu o ($o \parallel p \parallel q$) rovinného pásu omezeného rovnoběžkami p, q



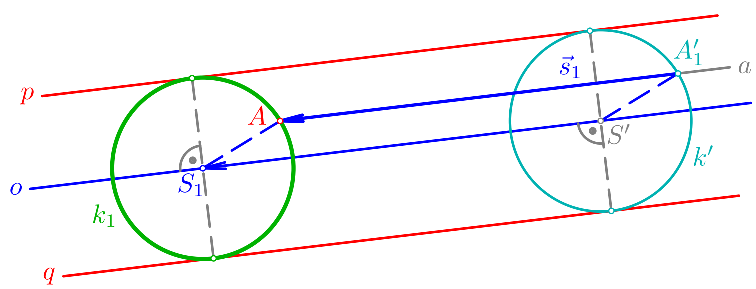
- dále zvolme na přímce o bod S' a doplňme kružnici $k'(S', r{=}|op|{=}|oq|)$, která se dotýká přímek p, q



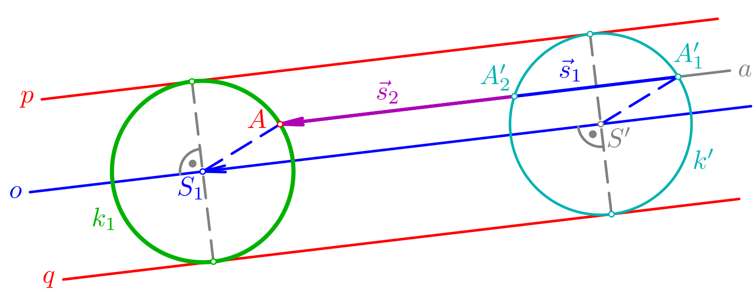
- veďme přímku a tak, že $a \parallel o, A \in a$, a najděme jeden její průsečík A'_1 s kružnicí k'; body A, A'_1 pak určují vektor $\vec{s}_1 = A - A'_1$ zpětného posunutí T_1, o němž byla zmínka v rozboru úlohy



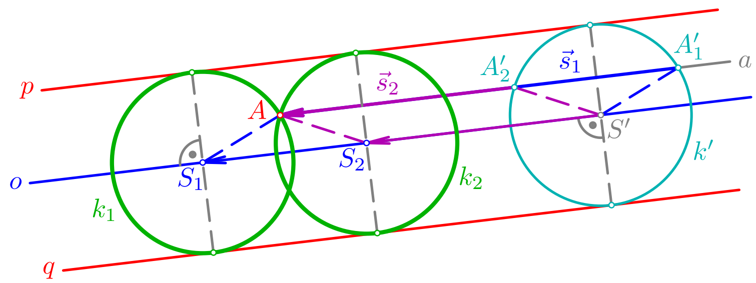
- v posunutí T_1 sestrojme obraz S_1 středu S' (platí $S_1A \parallel S'A'_1$) a tím získáme střed hledané kružnice $k_1(S_1, r)$, která prochází daným bodem A a dotýká se daných různých rovnoběžek p, q



- přímka a protíná kružnici k' ještě v bodě A'_2, který spolu s bodem A určuje vektor $\vec{s}_2 = A - A'_2$ zpětného posunutí T_2



- opět najděme obraz S_2 středu S' v posunutí T_2 (podobně platí $S_2A \parallel S'A_2'$) a obdržíme střed kružnice $k_2(S_2, r)$, která je druhým řešením dané úlohy



□

Diskuze:
Úloha má právě dvě řešení, leží-li daný bod A uvnitř pásu určeného danými různými rovnoběžkami p, q; jestliže bod A leží na některé z přímek p nebo q ($A \in p$ nebo $A \in q$), pak má úloha jediné řešení (varianta Pappovy úlohy Bpp); leží-li bod A vně pásu určeného rovnoběžkami p, q, pak úloha nemá žádné řešení.

Poznámka:
Na závěr poznamenejme, že úlohu je možno řešit snadno také jen s použitím množin všech bodů dané vlastnosti (viz množiny $M1$ a $M3$).