Stejnolehlost - řešená úloha

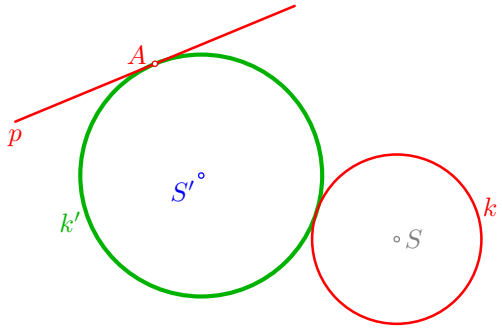
Pappova úloha Bpk

Řešené úlohy

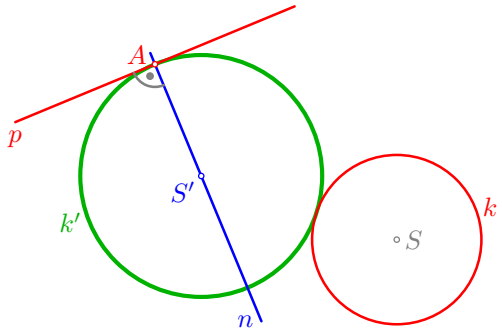
Příklad: Sestrojte kružnici, která se dotýká dané přímky p v jejím bodě A a dané kružnice $k(S, r)$.

Rozbor úlohy:

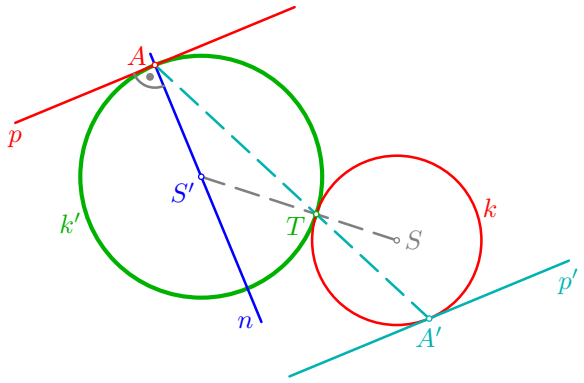
- předpokládejme, že úloha je vyřešena: načrtněme kružnici $k'(S', r')$, na ní zvolme bod A, v něm sestrojme tečnu p a doplňme kružnici $k(S, r)$, která se kružnice k' dotýká; nyní zkoumejme vztahy, které je zde možno využít...



- střed S' kružnice k' leží na přímce $n \perp p, A \in n$, tedy na tzv. normále přímky p v bodě A (viz množina $M6$ v přehledu množin všech bodů dané vlastnosti)



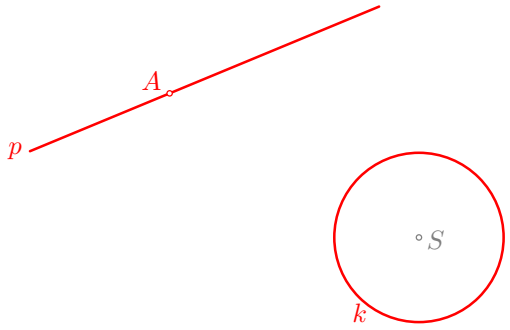
- kružnice k a k' si odpovídají ve stejnolehlosti se středem v bodě T jejich dotyku; v této stejnolehlosti se tečna p ke kružnici k' s bodem dotyku A zobrazí na tečnu p' ke kružnici k s bodem dotyku A', přičemž bude platit $p' \parallel p$; a toho využijeme pro řešení úlohy...



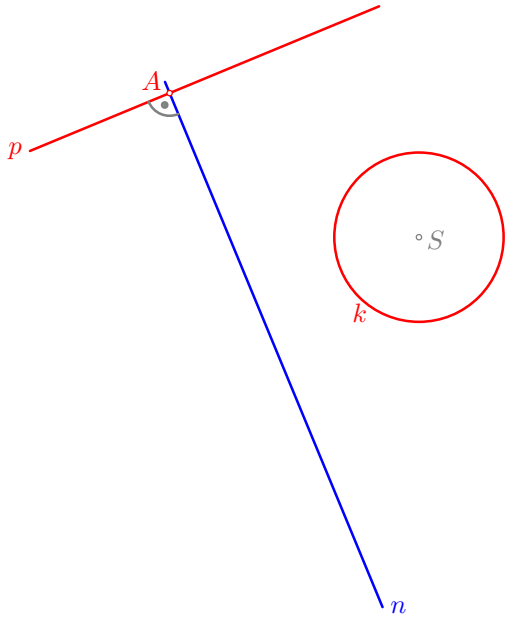
□

Konstrukce:

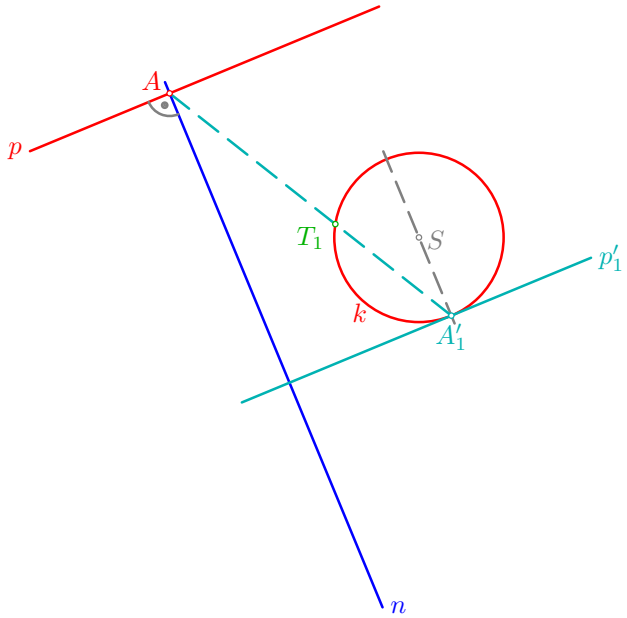
- zadání úlohy: přímka p, na ní bod $A \in p$ a kružnice $k(S, r)$



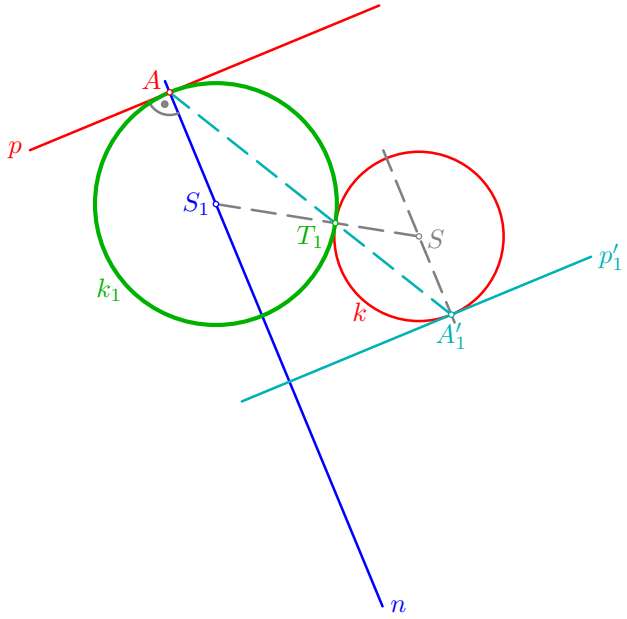
- nejprve veďme bodem A kolmici n k přímce p: $n \perp p, A \in n$



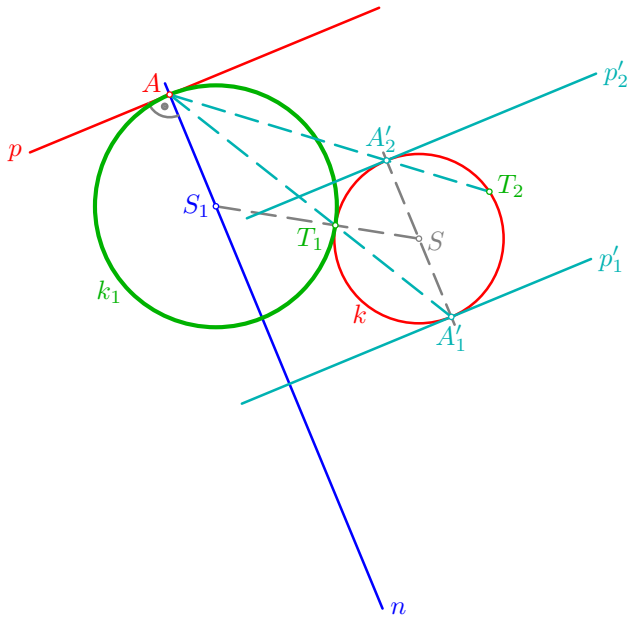
- dále sestrojme přímku p_1' jako jednu ze dvou tečen kružnice k rovnoběžných s přímkou p; přímka AA_1', kde A_1' je bodem dotyku přímky p_1' a kružnice k, protíná kružnici k ještě v bodě T_1; ten je bodem dotyku dané kružnice k a hledané kružnice k_1



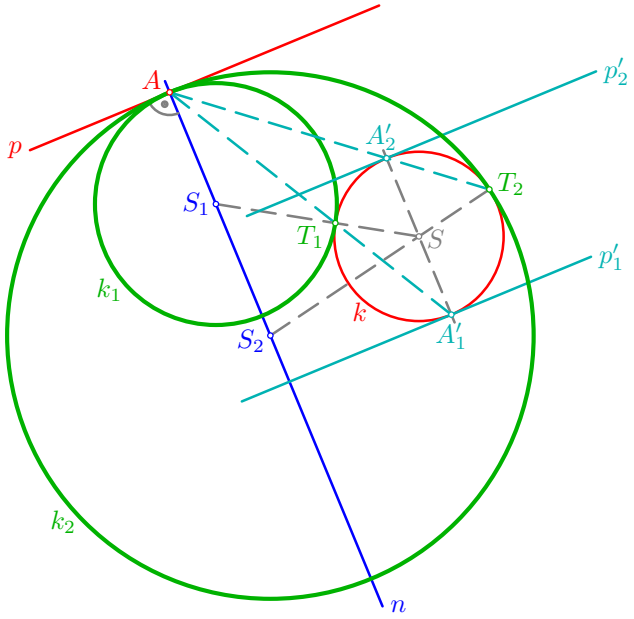
- bod $S_1 = n \cap ST_1$ je středem kružnice $k_1(S_1, r_1 = |S_1T_1| = |S_1A|)$, která se dotýká dané přímky p v jejím daném bodě A a také se dotýká dané kružnice k



- podobně sestrojme přímku p'_2 jako druhou z tečen kružnice k rovnoběžných s přímkou p; přímka AA'_2, kde A'_2 je bodem dotyku přímky p'_2 a kružnice k, protíná kružnici k ještě v bodě T_2, který je bodem dotyku dané kružnice k a hledané kružnice k_2



- kružnice $k_2(S_2, r_2 = |S_2T_2| = |S_2A|)$, kde $S_2 = n \cap ST_2$, je pak druhým řešením dané úlohy při tomto zadání



□

Diskuze:
Úloha může mít nekonečně mnoho, právě dvě, právě jedno nebo žádné řešení. Podrobnější diskuze je přenechána čtenáři jako cvičení.