Stejnolehlost - řešená úloha

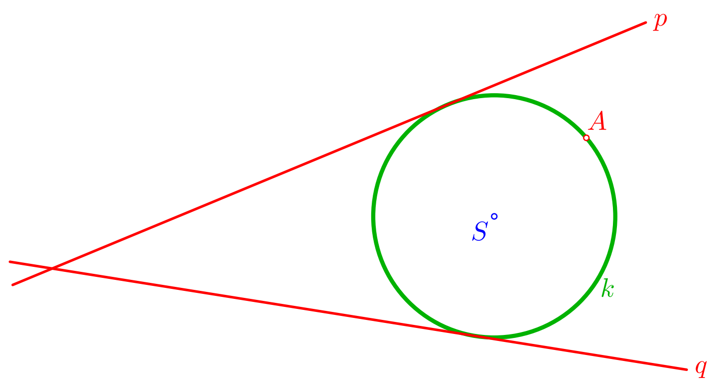
Varianta Apolloniovy úlohy Bpp

Řešené úlohy

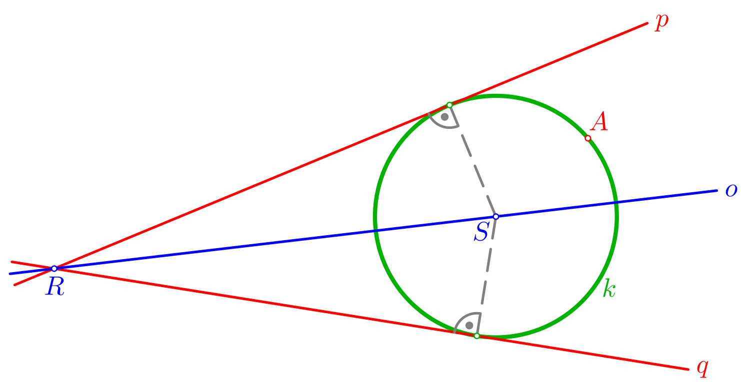
Příklad: Sestrojte kružnici, která prochází daným bodem A a dotýká se daných různoběžných přímek p, q.

Rozbor úlohy:

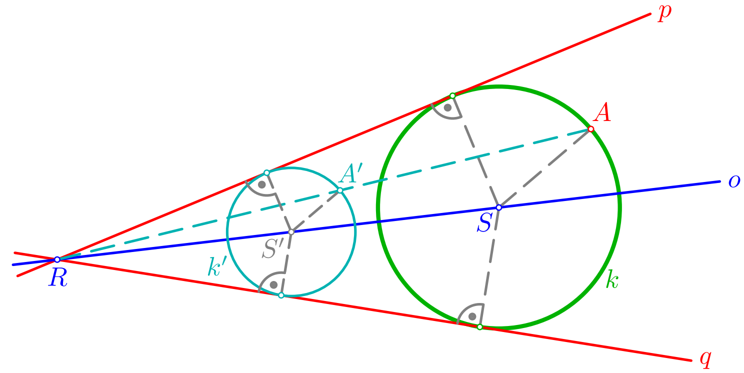
- předpokládejme, že úloha je vyřešena: načrtněme kružnici $k(S, r)$, na ní zvolme bod A, doplňme dvě její různoběžné tečny p, q a nyní zkoumejme vztahy, které je zde možno využít...



- střed S kružnice k leží na ose o toho z úhlů sevřených různoběžkami p, q, v němž leží bod A (viz množina $M4$ v přehledu množin všech bodů dané vlastnosti)



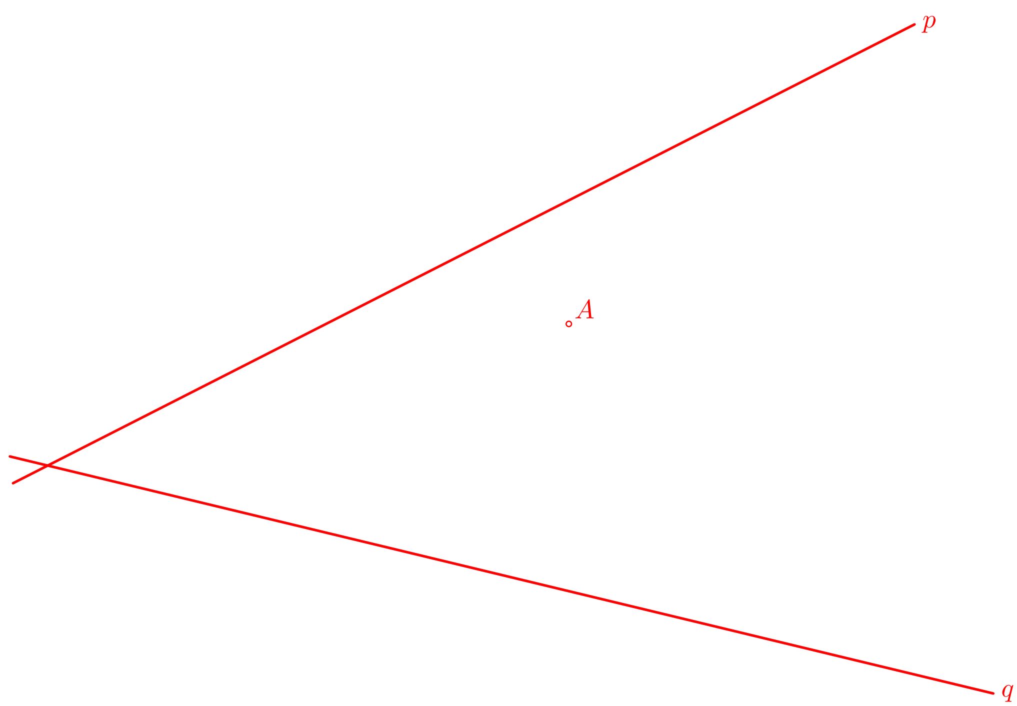
- kružnice $k'(S', r'{=}|S'p|{=}|S'q|)$, jejíž střed S' byl zvolen na ose o a která se dotýká přímek p, q, je obrazem kružnice $k(S, r)$ ve stejnolehlosti se středem v průsečíku $R = p \cap q$; v této stejnolehlosti je obrazem bodu $A \in k$ bod $A' \in k'$ a platí $SA \parallel S'A'$; toho využijeme pro řešení dané úlohy...



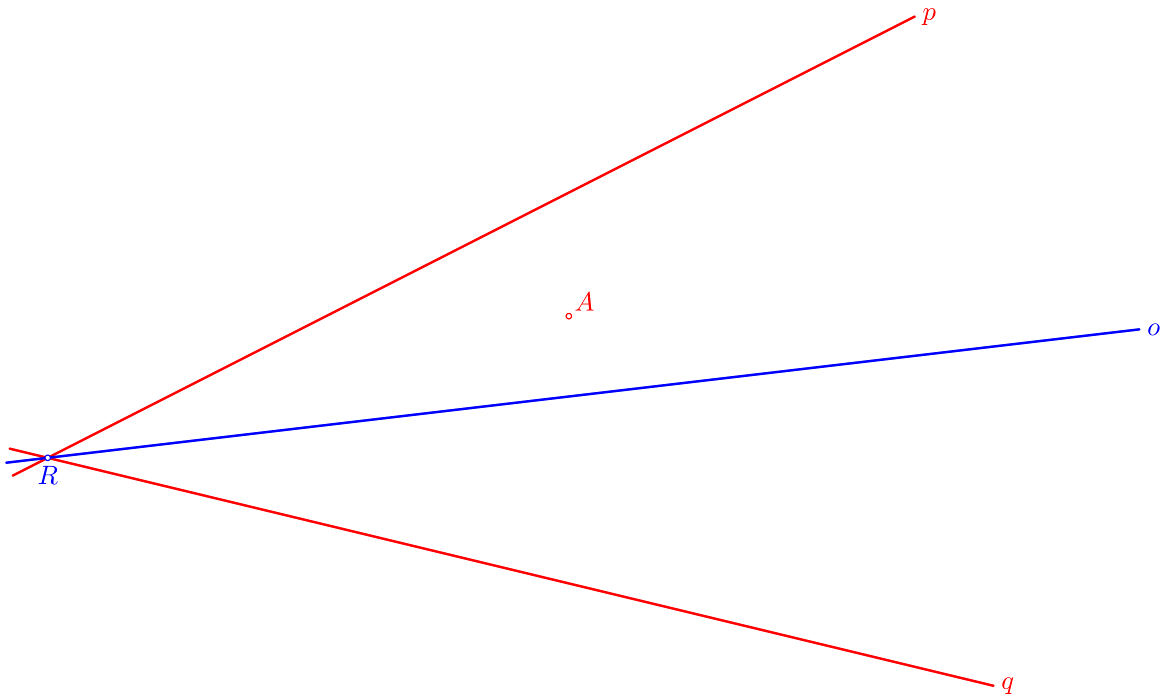
□

Konstrukce:

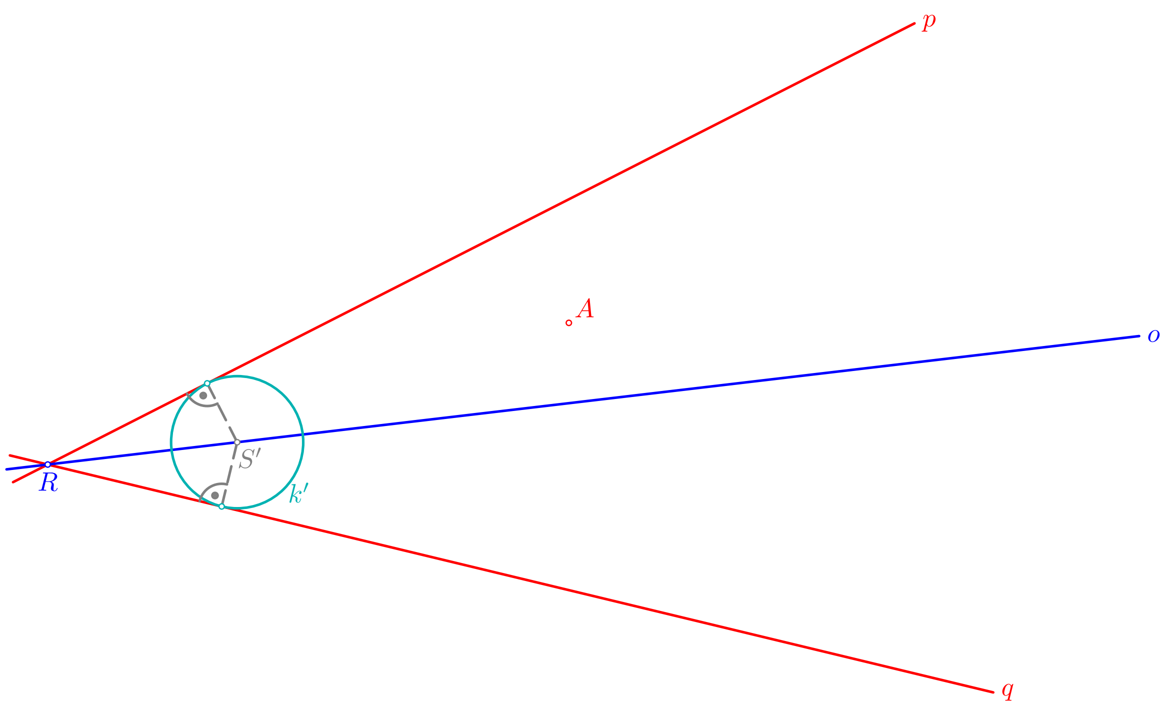
- zadání úlohy: bod A a dvě různé různoběžky p, q



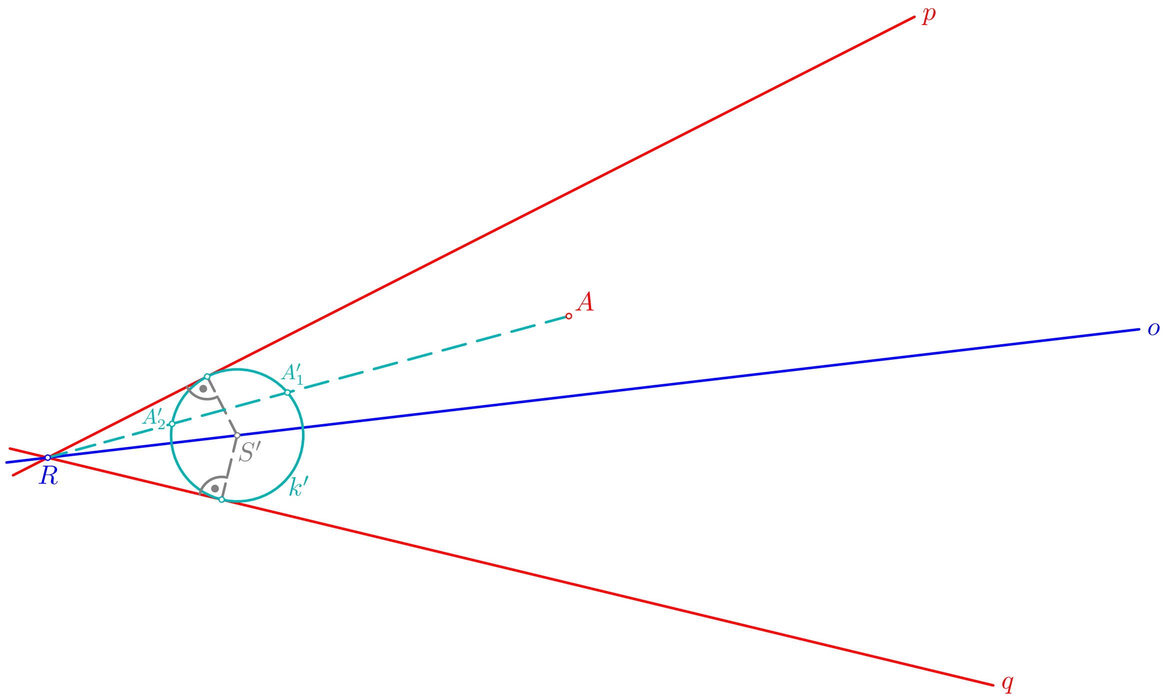
- nejprve veďme průsečíkem $R = p \cap q$ osu o toho z úhlů sevřených různoběžkami p, q, v němž leží bod A



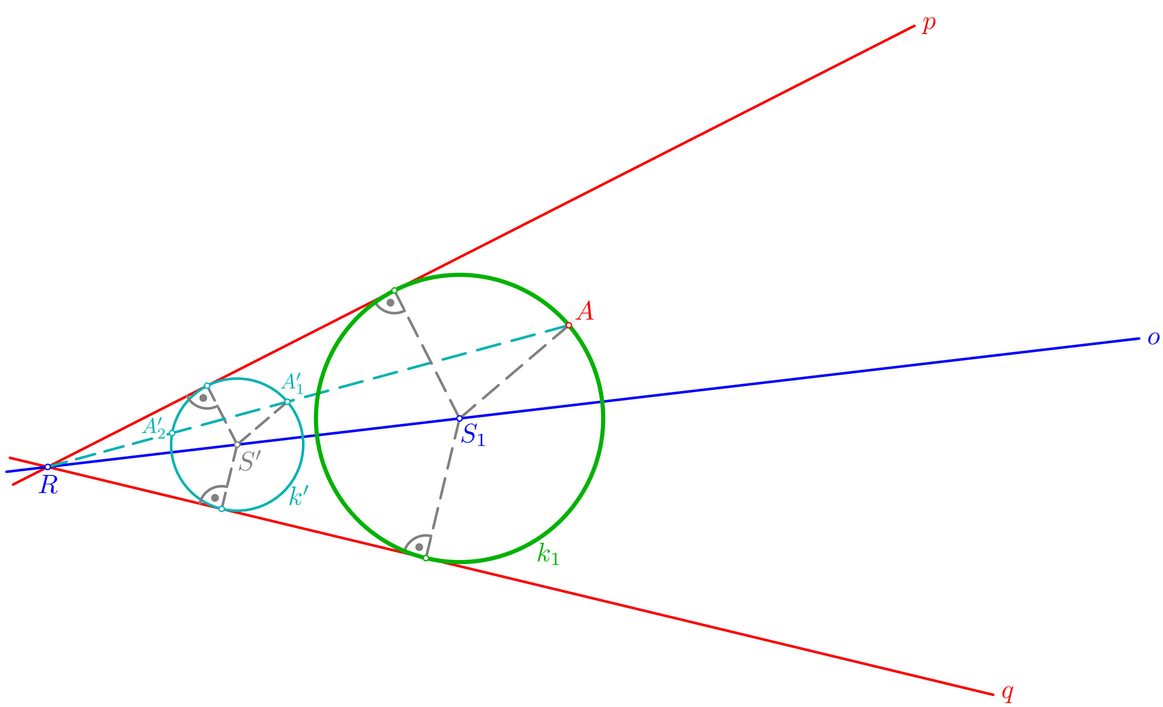
- na přímce o zvolme střed S' pomocné kružnice $k'(S', r' = |S'p|)$, která se dotýká různoběžek p, q



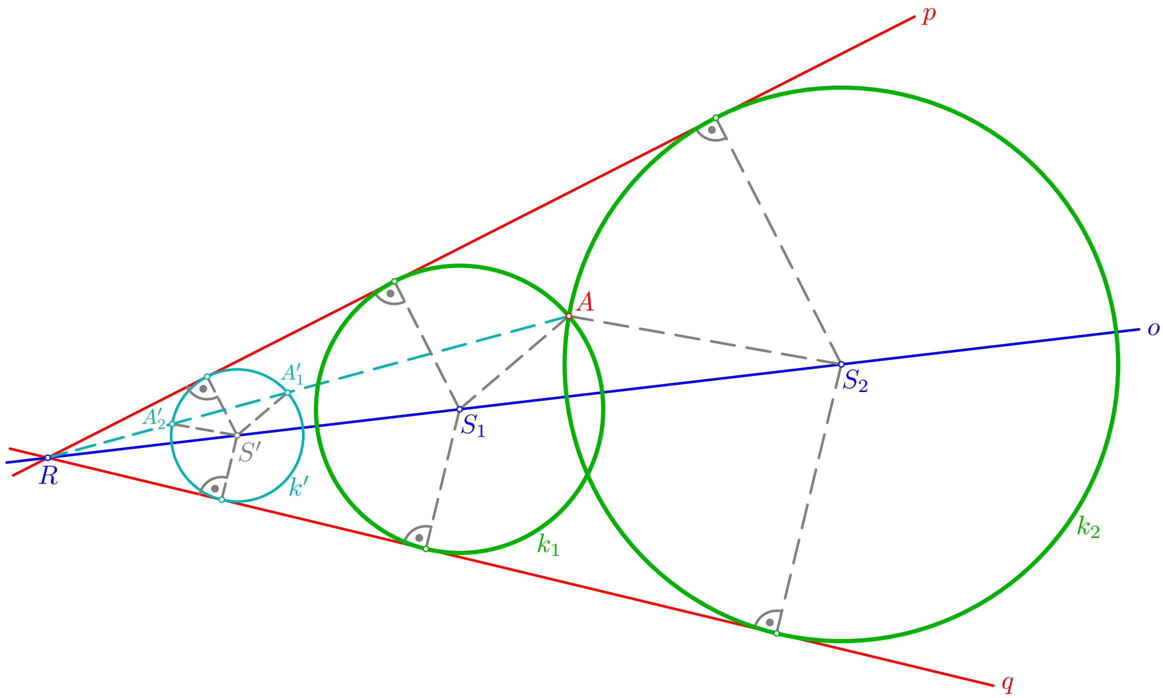
- přímka RA protíná kružnici k' v bodech A'_1, A'_2



- rovnoběžka s přímkou $S'A'_1$ vedená bodem A protíná osu o v bodě S_1, který je středem hledané kružnice $k_1(S_1, r_1 = |S_1A|)$



- podobně protíná rovnoběžka s přímkou $S'A'_2$ vedená bodem A osu o v bodě S_2, který je středem druhé hledané kružnice $k_2(S_2, r_2 = |S_2A|)$; obě kružnice k_1, k_2 procházejí daným bodem A a dotýkají se daných různoběžek p, q



□

Diskuze:

Pokud bod A splývá s průsečíkem $R = p \cap q$, nemá úloha žádné řešení; jinak má právě dvě řešení (pokud bod A leží na některé z přímek p nebo q, jedná se o tzv. Pappovu úlohu Bpp, kterou lze řešit jen pomocí množin všech bodů dané vlastnosti $M4$ a $M6$).