Množiny všech bodů dané vlastnosti - řešená úloha

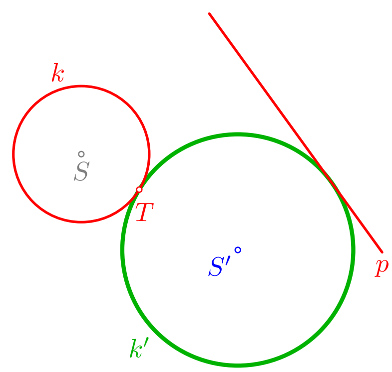
Pappova úloha Bkp

Řešené úlohy

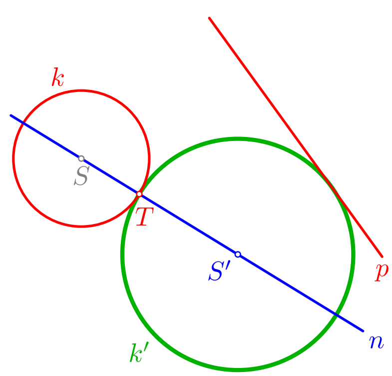
Příklad: Sestrojte kružnici, která se dotýká dané kružnice $k(S, r = |ST|)$ v daném bodě T a dané přímky p.

Rozbor úlohy:

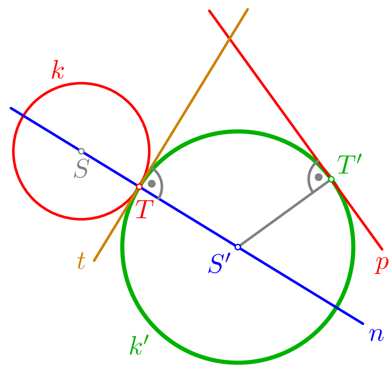
- předpokládejme, že úloha je vyřešena: načrtněme kružnici k' o středu S' a libovolném poloměru r', zvolme na ní bod T, přikresleme kružnici $k(S, r)$, která se dotýká kružnice k' v bodě T, doplňme tečnu p ke kružnici k a nyní zkoumejme vztahy, které zde platí...



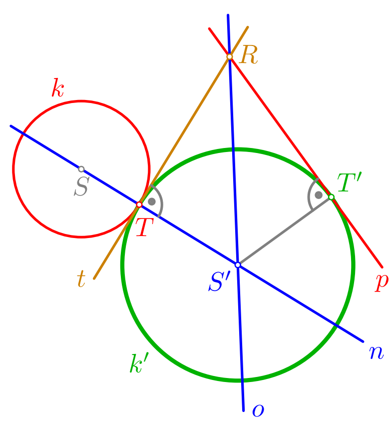
- střed S' kružnice k' musí ležet na normále n=ST kružnice k v bodě T (viz množinu $M7$ v přehledu nejužívanějších množin všech bodů dané vlastnosti)



- současně musí mít střed S' kružnice k' stejnou vzdálenost r' od přímky p i od přímky t, která je společnou tečnou kružnic k a k' v bodě T



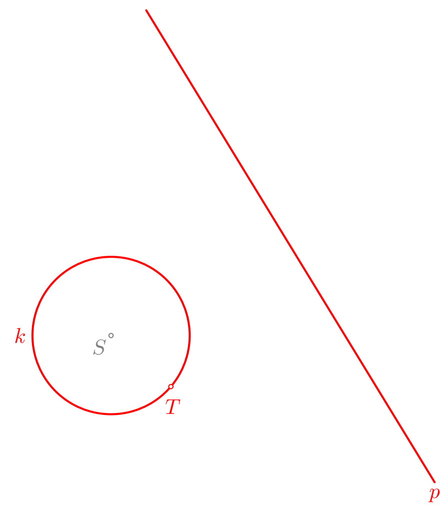
- podle vlastností množiny $M4$ z přehledu nejužívanějších množin všech bodů dané vlastnosti leží tedy bod S' na jedné z os úhlů sevřených přímkami t a p; pro řešení této úlohy se tedy využijí hned dvě různé množiny bodů dané vlastnosti



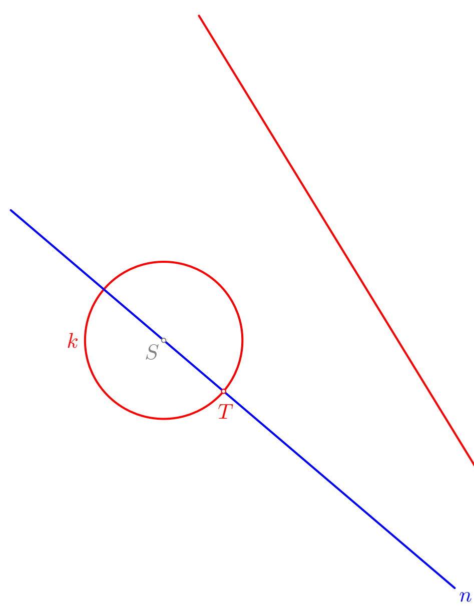
□

Konstrukce:

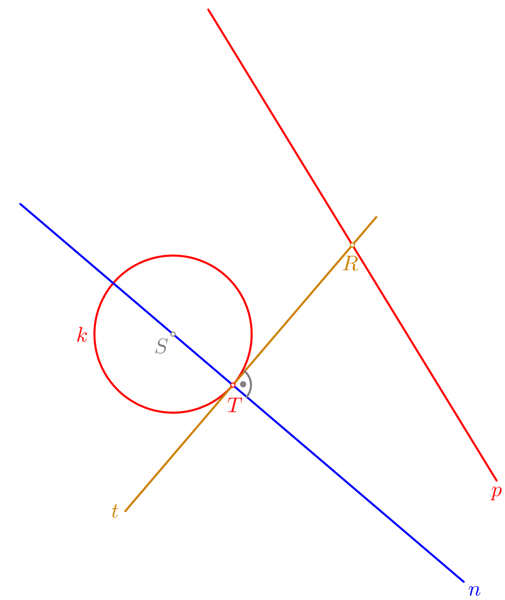
- zadání úlohy: je dána kružnice $k(S, r{=}|ST|)$ s bodem T dotyku ($T \in k$) a přímka p



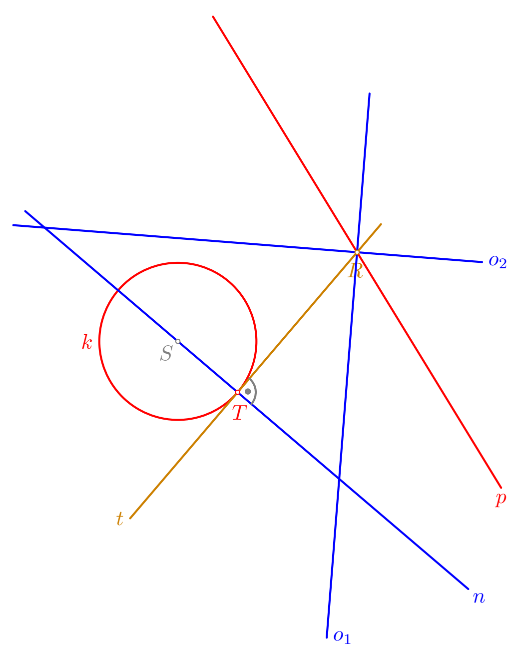
- podle rozboru sestrojme nejprve normálu $n{=}ST$ kružnice k v bodě T



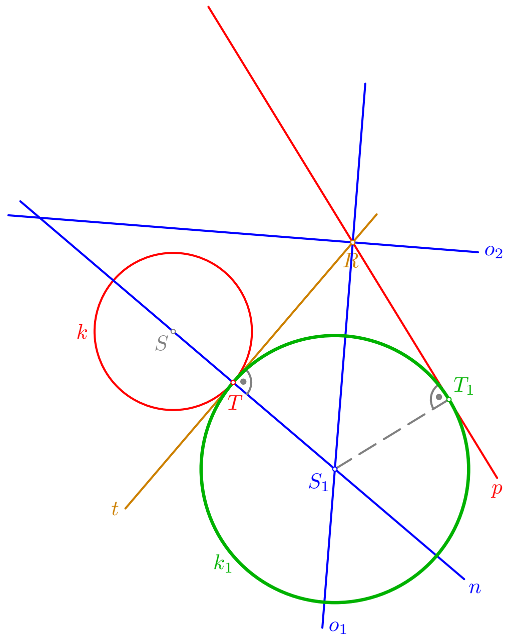
- nyní doplňme tečnu t ke kružnici k v bodě T ($T \in t$ a $t \perp n$) a najděme průsečík $R{=}t{\cap}p$



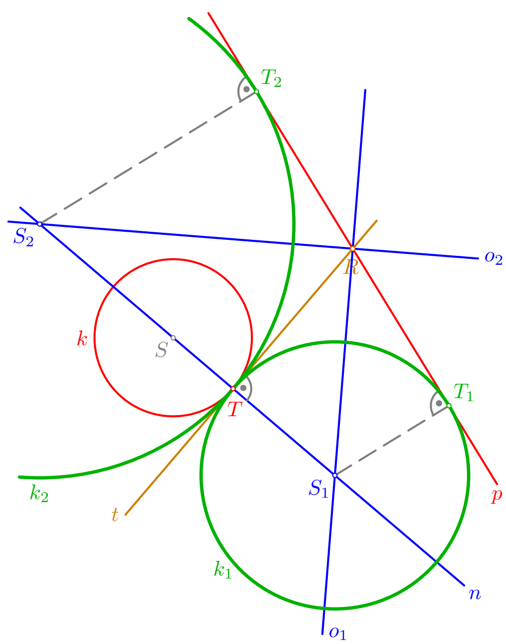
- bodem R sestrojme obě osy o_1 a o_2 ($o_1 \perp o_2$) úhlů sevřených přímkami t a p



- bod $S_1 = n \cap o_1$ je pak středem hledané kružnice $k_1(S_1, r_1 = |S_1T|)$, která se dotýká dané kružnice k v daném bodě T (tzv. *vnější dotyk*) a také se dotýká dané přímky p



- podobně je bod $S_2 = n \cap o_2$ také středem hledané kružnice $k_2(S_2, r_2 = |S_2T|)$, která se dotýká dané přímky p a s danou kružnicí k má v daném bodě T tzv. *vnitřní dotyk*



□

Diskuze:

Nechť t je tečna kružnice k v bodě T. Úloha má právě dvě řešení, jestliže přímka p je různoběžná s tečnou t a současně $T \notin p$; je-li $T \in p$ a přímka p není tečnou kružnice k (tj. $p \neq t$), pak úloha nemá žádné řešení; úloha má právě jedno řešení, jestliže je $p \parallel t$ a současně $T \notin p$ (při řešení se místo množiny $M4$ využije množina $M3$); je-li přímka p tečnou kružnice k v bodě T (tj. $p = t$), pak má úloha nekonečně mnoho řešení.