# Úlohy k samostatnému řešení



## Mongeovo promítání

1. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník $ABC$, jehož ramena leží v rovinách $\alpha, \beta$ a jehož základna $AB$ leží na přímce $m = QR$.

   $\alpha(-6; 45°; 75°), \beta(6; 105°; 135°), Q[-3; 3{,}5; 3{,}5], R[3; 1; 3{,}5]$

2. Stanovte paprsek tak, aby procházel bodem $A$ a po odrazu na rovině $\rho$ procházel bodem $B$.

   $A[-3; -1; 6], B[2; 1; 8], \rho(-5; 4; 3)$

3. Sestrojte pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$ s osou $o = MP$ a výškou $v$, je-li bod $A$ vrcholem jeho podstavy; zobrazte pouze jedno ze dvou možných řešení.

   $M[-1; 4; 5], P[6; 1; 0], v = 7, A[-1; 5; 1]$

4. Sestrojte pravidelný pětiboký jehlan $ABCDEV$ s podstavou o středu $S$ a vrcholu $A$ v rovině $\rho$, je-li jeho výška $v$ rovna délce podstavné hrany.

   $\rho(-4; 7; 5), S[1; 4; ?], A[2; 2; ?]$

5. Sestrojte pravidelný šestiboký jehlan $ABCDEFV$ s podstavou o středu $S$ v rovině $\rho$, jestliže jedna jeho boční stěna leží v půdorysně $\pi$.

   $\rho(8; 9; 7), S[-1; ?; 3]$

6. Zobrazte rovnoběžnostěn, jehož tři stěny leží v rovinách $\rho, \sigma$ a $\pi$ a jeden jeho vrchol je v bodě $A$.

$\rho(-6; 6; -9), \sigma(8; 6; -20), A[-0{,}5; 4; 7]$

7. Sestrojte krychli $ABCDEFGH$ o hraně délky $a$, jejíž hrana $AB$ leží na přímce $m = AP$ a vrchol $D$ je v nárysně $\nu$; úloha má celkem 8 řešení, zobrazte pouze jedno z nich.

   $A[4; 3; 4], P[-1; 6; 0], a = 5$

8. Sestrojte pravidelný pětiboký hranol $ABCDEA'B'C'D'E'$, jehož jedna podstava o středu $S$ leží v rovině $\rho$ a bod $A'$ je vrcholem druhé podstavy.

   $\rho(7; 8; 7), S[-1; ?; 4], A'[4; 5; 6]$

9. Sestrojte kulovou plochu $\kappa$, která prochází body $A, B$ a jejíž střed $S$ leží na přímce $l = KL$.

   $A[3; 5; 1], B[-1; 7; 3], K[4; 3; 3], L[-5; 6; 7]$

10. Sestrojte kulovou plochu $\kappa$, pro niž je dán střed $S$ a tečná rovina $\tau$.

    $S[0; 5; 6], \tau(-8; 4; 5)$

11. Sestrojte kulovou plochu $\kappa$, jejíž střed $S$ leží na přímce $p = MN$ a která se dotýká přímky $t = TQ$ v jejím bodě $T$.

    $M[-3; 5; 3], N[3; 5; 3], T[-2; 3; 5], Q[-5; 6; 2]$

12. Sestrojte těleso, které vznikne rotací $\triangle ABC$ kolem jeho strany $AB$.

    $A[8; 11; 9], B[-6; 2; 2], C[4; 4; 5]$

13. Sestrojte rovnostranný kužel s podstavou o středu $S$ v rovině $\rho$, je-li dán bod $A$ na jeho plášti.

    $\rho(-7; 4; 10), S[0; 2; ?], A[0; 5; 3]$

14. Sestrojte rotační kužel, daný vrcholem $V$, středem $S$ a poloměrem $r$ podstavy.

    $V[-3; 8; 8], S[1{,}5; 4; 3{,}5], r = 3$

15. Sestrojte rotační válec, jsou-li dány středy $S, S'$ jeho podstav a poloměr $r$.

    $S[2; 5; 4], S'[-3; 8; 8], r = 4$

16. Sestrojte rotační válec výšky $v$, jehož podstavná kružnice $k(S, r)$ leží v rovině $\rho$; zobrazte pouze jedno ze dvou existujících řešení.

    $\rho(-6; 7; 5), S[0; 3; ?], r = 3, v = 6$

17. Zobrazte rotační válec, jsou-li dány body $A, B, C$ jeho podstavné hrany a výška $v$.

    $A[-3; 3; 3], B[4; 8; 3], C[0; 1; 8], v = 5$

## Řezy těles a jejich průniky s přímkou v pravoúhlé axonometrii

1. V pravoúhlé axonometrii $\Delta(6; 7,5; 8)$ je dán pravidelný šestiboký hranol s podstavou o středu $S$ a vrcholu $A$ v půdorysně a s výškou $v$; sestrojte jeho řez rovinou $\rho$.

   $S[0; 0; 0], A[0; 5; 0], v = 9, \rho(12; 6; 4)$

2. V dimetrii $\Delta(6; 10; 10)$ je dán kosý čtyřboký jehlan čtvercovou podstavou o středu $S$ a vrcholu $A$ v půdorysně $\pi$; vrchol jehlanu je v bodě $V$. Sestrojte řez jehlanu rovinou $\rho$.

   $S[4; 5; 0], A[-1; 6; 0], V[0; 0; 12], \rho(7; \infty; 7)$

3. V izometrii sestrojte řez rotační válcové plochy s řídicí kružnicí $k(S, r)$ v půdorysně $\pi$ rovinou $\alpha$.

   $S[2; 1; 0], r = 4, \alpha(\infty, 5; 4)$

4. V pravoúhlé axonometrii $\Delta(12; 11; 10)$ zobrazte řez rotační válcové plochy s řídicí kružnicí $k(S, r)$ v půdorysně $\pi$ rovinou $\alpha$.

   $S[4; 4; 0]; r = 3,5; \alpha(9; \infty; 8)$

5. V izometrii určete průnik přímky $a = KL$ s kosým kruhovým kuželem, který má podstavu o středu $S$ a poloměru $r$ v půdorysně $\pi$ a hlavní vrchol $V$.

   $K[4,5; -2; 1,5], L[1; 4; 1], S[0; 2; 0], r = 5; V[4; 6; 10]$

6. V izometrii je dán trojboký kosý hranol podstavou $ABC$ a vrcholem $A'$. Sestrojte jeho průnik s přímkou $r = MN$.

   $A[6; 1; 0], B[5; 5; 0], C[1; 5; 0], A'[0; 3; 8], M[7; 0; 7], N[0; 7; 2]$

## Kuželosečky

1. Sestrojte kuželosečku, je-li dáno její ohnisko $F_1$, tečna $t = TK$ s bodem dotyku $T$ a délka $a$ hlavní poloosy.

   $F_1[0;0], T[-3;2], K[3;-1], a = 4$

2. Sestrojte kuželosečku, je-li dáno její ohnisko $F_1$, tečny $t_1 = K_1L_1, t_2 = K_2L_2$ a délka $a$ hlavní poloosy.

   $F_1[-4;0], K_1[4;2], L_1[-1;-4], K_2[-5;2], L_2[5;-4], a = 4$

3. Sestrojte kuželosečku, je-li dáno její ohnisko $F_1$, tečny $t_1 = K_1L_1, t_2 = K_2L_2$ a excentricita $e$.

   $F_1[0;0], K_1[6;2], L_1[3;-4], K_2[-1;6], L_2[8;-2], e = 3$

4. Sestrojte kuželosečku, je-li dáno její ohnisko $F_1$ a tečny $t_1{=}K_1L_1$, $t_2{=}K_2L_2$, $t_3{=}K_3L_3$.

   $a)F_1[0;2], K_1[8;2], L_1[3;-4], K_2[-1;6], L_2[9;-4], K_3[-4;-7], L_3[-5;8]$

   $b)F_1[0;2], K_1[5;2], L_1[3;-4], K_2[-2;5], L_2[9;-4], K_3[-4;-7], L_3[5;8]$

5. Sestrojte kuželosečku, je-li dáno její ohnisko $F_1$, tečna $t_1 = T_1R$ s bodem dotyku $T_1$ a tečna $t_2 = KL$.

   $a)F_1[0;0], T_1[4;5], R[1;-4], K[-8;-3], L[-4;2]$

   $b)F_1[0;0], T_1[4;5], R[1;-4], K[-3;2], L[9;-3]$

6. Sestrojte hyperbolu, je-li dáno její ohnisko $F_1$, tečna $t = KL$ a asymptota $u = XY$.

   $F_1[2;0], K[-5;-2], L[3;7], X[2;-8], Y[-4;8]$

7. Sestrojte kuželosečku, je-li dán její střed $S$, tečna $t = KL$, délka $a$ hlavní poloosy a excentricita $e$.

   $a)S[0;0], K[8;2], L[3;-4], a = 6, e = 5$

   $b)S[0;0], K[8;2], L[3;-4], a = 6, e = 7$

8. Sestrojte kuželosečku, je-li dán její střed $S$, tečny $t_1 = K_1L_1, t_2 = K_2L_2$ a délka $a$ hlavní poloosy.

$a)S[0;0], K_1[7;0], L_1[-2;-7], K_2[-2;7], L_2[8;-2], a = 5$

$b)S[0;0], K_1[4;1], L_1[-3;-3], K_2[-5;6], L_2[5;-3], a = 3$

9. Sestrojte parabolu, která má řídicí přímku $d = KL$, parametr $p$ a prochází bodem $M$.

   $M[0;0], p = 3, K[-6;-4], L[-5;4]$

10. Sestrojte parabolu, která má ohnisko $F$ a prochází body $M_1, M_2$.

    $F[0;0], M_1[4;-3], M_2[1;3]$

## Šroubovice

1. V Mongeově promítání sestrojte jeden závit levotočivé šroubovice, která má osu $o \perp \pi$, $R \in o$, výšku $v$ závitu a prochází bodem $A$. V bodě $T$ doplňte oskulační rovinu.

   $A[-4;5;0], R[0;5;0], v = 12, T[?;?;7]$

2. V Mongeově promítání sestrojte jeden závit pravotočivé šroubovice, která má osu $o \perp \pi$, $R \in o$, redukovanou výšku $v_0$ závitu a prochází bodem $A$. V bodě $A$ doplňte tečnu.

   $A[3;7;4], R[0;6;0], v_0 = 1{,}6$

3. V Mongeově promítání sestrojte jeden závit levotočivé šroubovice, která má osu $o \perp \pi$, $R \in o$, sklon $\alpha$ a prochází bodem $A$.

   $A[2;6;0], R[0;4;0], \alpha = 30°$

4. V Mongeově promítání sestrojte jeden závit šroubovice, je-li dána její osa $o \perp \pi$, $R \in o$, a tečna $t = PN$. V bodě dotyku doplňte oskulační rovinu.

   $R[0;5;0], P[2;10;0], N[7;0;4]$

5. V Mongeově promítání sestrojte jeden závit šroubovice, která má osu $o \perp \pi$, $R \in o$, a oskulační rovinu $\omega$ v bodě $T$. V bodě $T$ doplňte binormálu.

   $R[0;4;0], \omega(8;9;4), T[2;?;?]$

6. V Mongeově promítání sestrojte jeden závit šroubovice, která má osu $o \perp \pi$, $R \in o$, redukovanou výšku $v_0$ závitu a oskulační rovinu $\omega$.

   $R[-4;4;0], \omega(8;9;4), v_0 = 1{,}5$

## Šroubové plochy

1. Je dána osa $o \perp \pi, R \in o$ šroubového pohybu a přímka $t = PQ$. V Mongeově promítání zobrazte část rozvinutelné šroubové plochy vzniklé šroubováním přímky $t$. Plochu omezte hranou vratu a půdorysnou $\pi$.

   $R[0; 5; 0], P[-2; 12; 0], Q[4; 5; 6]$

2. V Mongeově promítání zobrazte jeden závit schodové plochy, která vznikne šroubováním úsečky $AB$; pravotočivý šroubový pohyb je dán osou $o \perp \pi, B \in o$ a výškou závitu $v$; v bodě $T$ plochy sestrojte tečnou rovinu $\tau$.

   $A[4; 5; 0], B[0; 5; 0], v = 12, T[-3; 4; ?]$

3. V Mongeově promítání zobrazte jeden závit přímého šroubového konoidu, který vytvoří úsečka $AB$; pravotočivý šroubový pohyb je dán osou $o \perp \pi, R \in o$ a výškou závitu $v$; v bodě $T$ sestrojte tečnou rovinu a normálu plochy.

   $R[0; 7; 0], v = 12, A[-2; 7; 0], B[-5; 7; 0], T[3; ?; 5]$

4. Levotočivý šroubový pohyb je dán osou $o \perp \pi, R \in o$ a redukovanou výškou závitu $v_0$. V Mongeově promítání zobrazte jeden závit plochy, která vznikne šroubováním úsečky $AB$; v bodě $T$ plochy sestrojte tečnou rovinu a doplňte celý název plochy.

   $R[0; 7; 0], A[0; 10; 0], B[5; 10; 0], v_0 = 2, T[-4; 5; ?]$

5. V Mongeově promítání zobrazte jeden závit pravotočivé vývrtkové plochy, která vznikne šroubováním úsečky $AB$ kolem osy $o \perp \pi, B \in o$, výška závitu je $v$; v bodě $T$ plochy sestrojte tečnou rovinu.

   $A[-5; 6; 0], B[0; 6; 2], T[1; 5; ?], v = 9,6$

## Rotační plochy, jejich řezy a průniky

1. Protáhlý (vejčitý) elipsoid je určen ohnisky $F, G$ (přímka $o = FG$ je osou rotace) a bodem $M$; v Mongeově promítání sestrojte rovnoběžku, meridián a tečnou rovinu v bodě $M$.

   $F[0; 5; 4], G[0; 5; 9], M[-3; 7; 10]$

2. V Mongeově promítání zobrazte protáhlý (vejčitý) elipsoid, který je určen ohnisky $F, G$ (přímka $o = FG$ je osou rotace) a tečnou rovinou $\tau$.

   $F[0; 4; 9], G[0; 4; 4], \tau(-3; 7; 3)$

3. V Mongeově promítání sestrojte řez jednodílného rotačního hyperboloidu, který má osu $o \perp \pi$, střed $S$ a délky poloos $a, b$, rovinou $\rho$.

   $S[0; 6; 5], a = b = 2{,}5, \rho(7; \infty; 2{,}5)$

4. V Mongeově promítání sestrojte řez rovinou $\rho$ na jednodílném rotačním hyperboloidu, který má osu $o \perp \pi$, střed $S$ a délky poloos $a, b$.

   $S[0; 7; 6], a = 2{,}5, b = 3, \rho(1; \infty; -3)$

5. Sestrojte řez rotačního kuželu, který má vrchol $V$ a podstavu o poloměru $r$ v $\pi$, rovinou $\rho$. Proveďte v Mongeově promítání.

   $V[0; 4; 6], r = 4, \rho(-6; \infty; 2)$

6. V Mongeově promítání sestrojte řez rovinou $\rho$ na rotační kuželové ploše, která má vrchol $V$ a řídicí kružnici o poloměru $r$ v $\pi$.

   $V[0; 4; 3], r = 4, \rho(1; \infty; -4)$

7. V Mongeově promítání sestrojte průnik přímky $p = PN$ s rotačním paraboloidem, který má vrchol $V$, svislou osu $o$ a půdorysnu protíná v rovnoběžkové kružnici o poloměru $r$.

   $V[0; 4, 5; 9, 5], r = 4{,}5, P[8; 12; 0], N[-3; 0; 7]$

8. V pravoúhlém promítání na nárysnu zobrazte množinu všech bodů v prostoru, které mají od daného bodu $S$ vzdálenost $r$ a od dané přímky $o = MN$ vzdálenost $r'$.

   $S[0; 0; 2], r = 4, M[-2; 0; 0], N[-2; 0; 7]; r' = 3$

9. V pravoúhlém promítání na nárysnu zobrazte množinu všech bodů v prostoru, které mají od dané přímky $o = AB$ vzdálenost $r$ a od dané přímky $o' = CD$ vzdálenost $r'$.

   $A[0; 0; 0], B[0; 0; 6], r = 3, C[4; 0; 0], D[-5; 0; 4], r' = 2$

10. V pravoúhlém promítání na nárysnu sestrojte průnik rotačního paraboloidu, který má vrchol $V$ a ohnisko $F$, s kulovou plochou $\kappa(S, r)$; v libovolném bodě průnikové křivky

doplňte její tečnu.

$V[0;0;9], F[0;0;7], S[3;0;5], r=4$

11. V Mongeově promítání sestrojte průnik rotačního kužele, který má podstavnou kružnici $k(S,r)$ v $\pi$ a výšku $v$, s kulovou plochou $\kappa(S',r')$.

    $S[0;5;0], r=4, v=9, S'[-3;5;4], r'=4$