ÚVOD

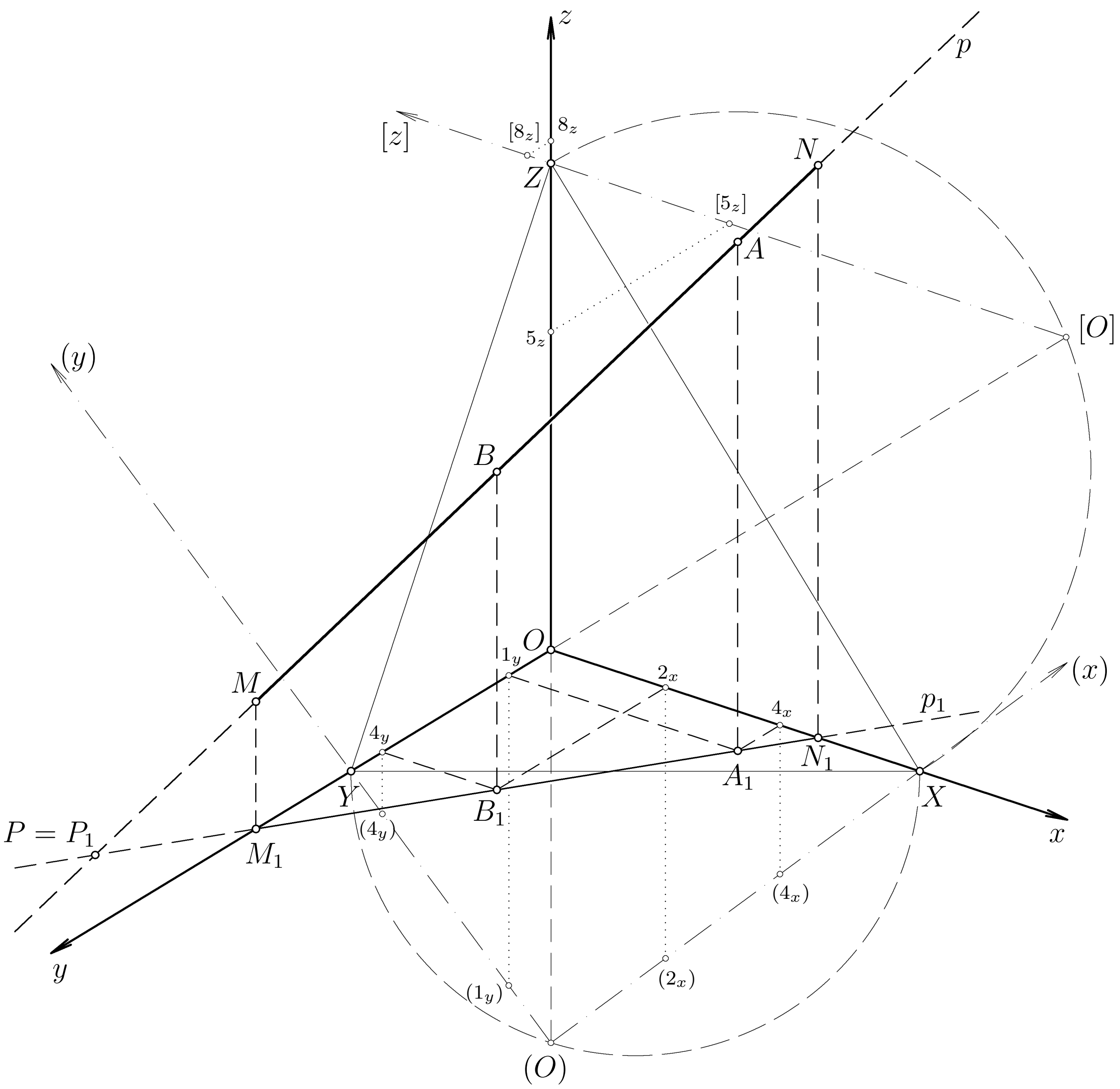
Tento učební text je chápán jako doplněk skripta *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie, díl 4., Pravoúhlá axonometrie* a měl by pomoci studentům a ostatním zájemcům o deskriptivní geometrii, kteří chtějí zvládnout konstrukce a zobrazování v pravoúhlé axonometrii. Nahrazuje skriptum *Sbírka řešených příkladů z deskriptivní a konstruktivní geometrie, díl 4., Axonometrická projekce.* Tomu odpovídá číslování příkladů a obrázků.

Skriptum obsahuje příklady na základní polohové úlohy a metrické úlohy v souřadnicových rovinách, úlohy na konstrukci a zobrazení elementárních těles v základní poloze. Další skupina příkladů se týká konstrukce a zobrazení rovinných řezů některých elementárních těles a nalezení průniku přímky s tělesem. Jsou zde rovněž příklady věnované vybraným křivkám a plochám technické praxe jako je šroubovice, šroubové plochy a zejména zborcené plochy. Na závěr je připojena sada neřešených příkladů k samostatnému řešení a procvičení dané problematiky.

Postup řešení jednotlivých příkladů je popsán stručně. Předpokládáme znalost principu zobrazení a základních pojmů pravoúhlé axonometrie, zejména zobrazení bodu, přímky a roviny a znalost osové afinity v rovině.

Příklad 4.1: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(8;9;10)$ sestrojte stopníky přímky $p = AB$.
$A[4;1;8], B[2;4;5]$

Řešení (obr. 4.1): Půdorysný stopník $P = p \cap \pi$ je průsečíkem přímky p s jejím půdorysem p_1 a je tedy $P = P_1$; půdorys N_1 nárysného stopníku $N = p \cap \nu$ leží na přímce p_1 a na ose x, podobně pro bokorysný stopník $M = p \cap \mu$ je $M_1 = p_1 \cap y$.

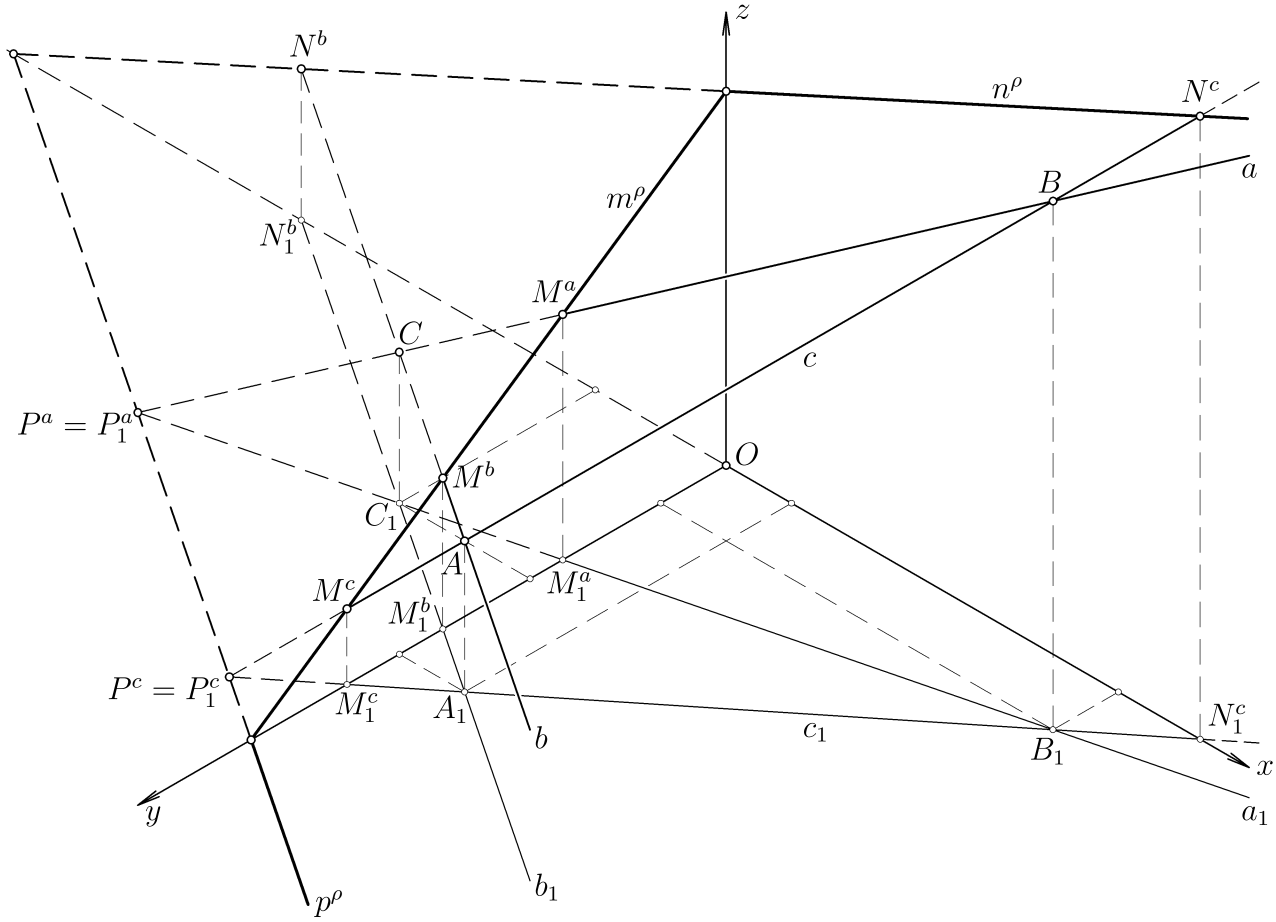


obr. 4.1

Příklad 4.2: V pravoúhlé izometrii sestrojte stopy roviny $\rho = ABC$.

$A[1;5;2], B[6;1;7], C[-2;3;2]$

Řešení (obr. 4.2): Půdorysná stopa p^ρ je přímka spojující půdorysné stopníky P^c, P^a přímek $c = AB, a = BC$. Pro nárysnou stopu n^ρ stačí najít nárysný stopník N^c přímky c a spojit jej s průsečíkem osy x a stopy p^ρ. Podobně se bokorysná stopa m^ρ protíná s p^ρ na ose y a s n^ρ na ose z. V obrázku jsou doplněny také průměty dalších dostupných stopníků N^b, M^c, M^b, M^a přímek a, b, c, které bylo možno při konstrukci využít. Přímka $b = AC$ je rovnoběžná s půdorysnou π, je to tedy hlavní přímka I. osnovy roviny ρ a platí $b \parallel b_1 \parallel p^\rho$.

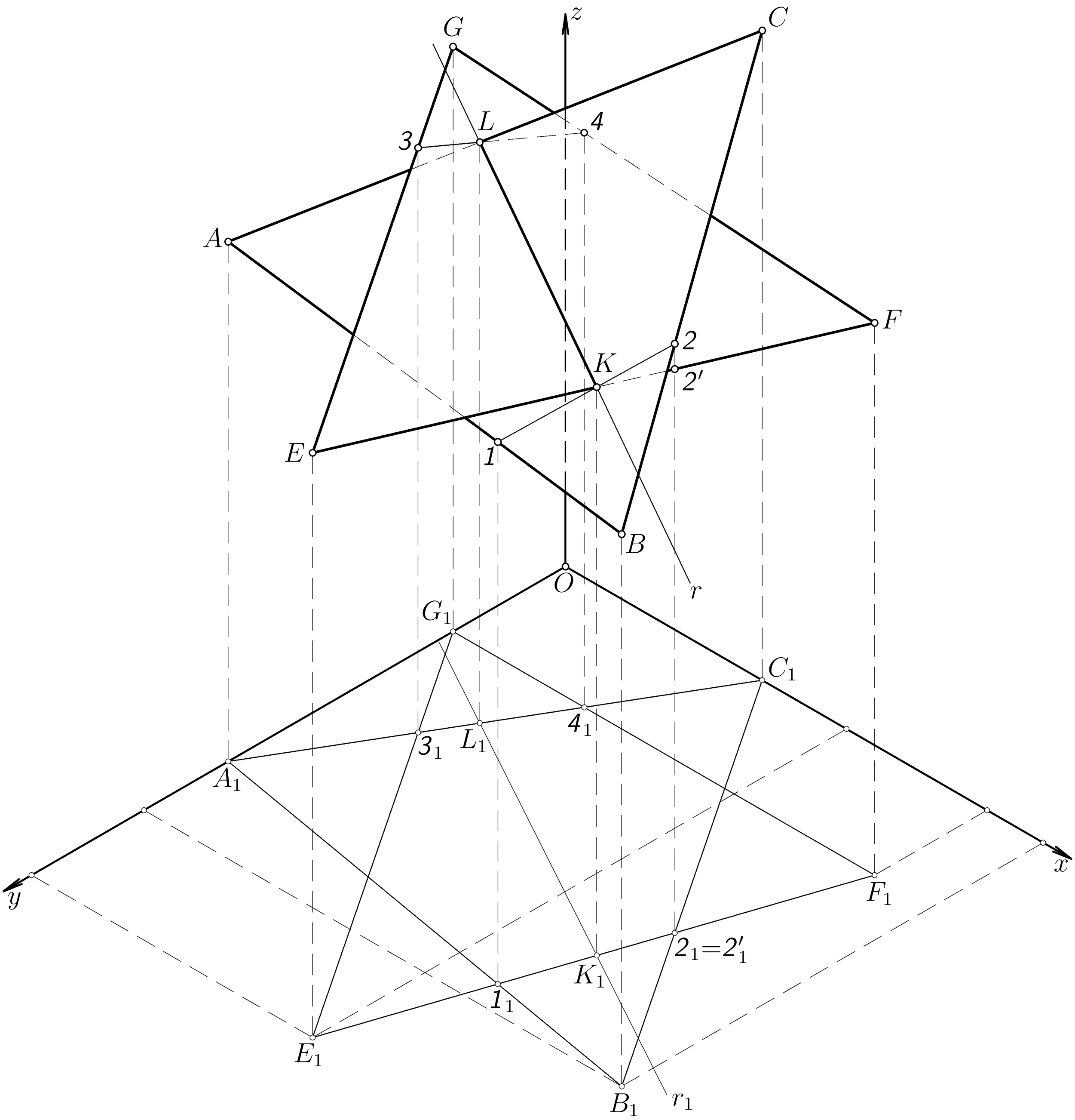


obr. 4.2

Příklad 4.3: V pravoúhlé izometrii sestrojte průnik trojúhelníků ABC a EFG.

$A[0;6;8], B[8{,}5;7{,}5;8{,}5], C[3{,}5;0;10],$
$E[5;9{,}5;9], F[7{,}5;2;8{,}5], G[0;2;9]$

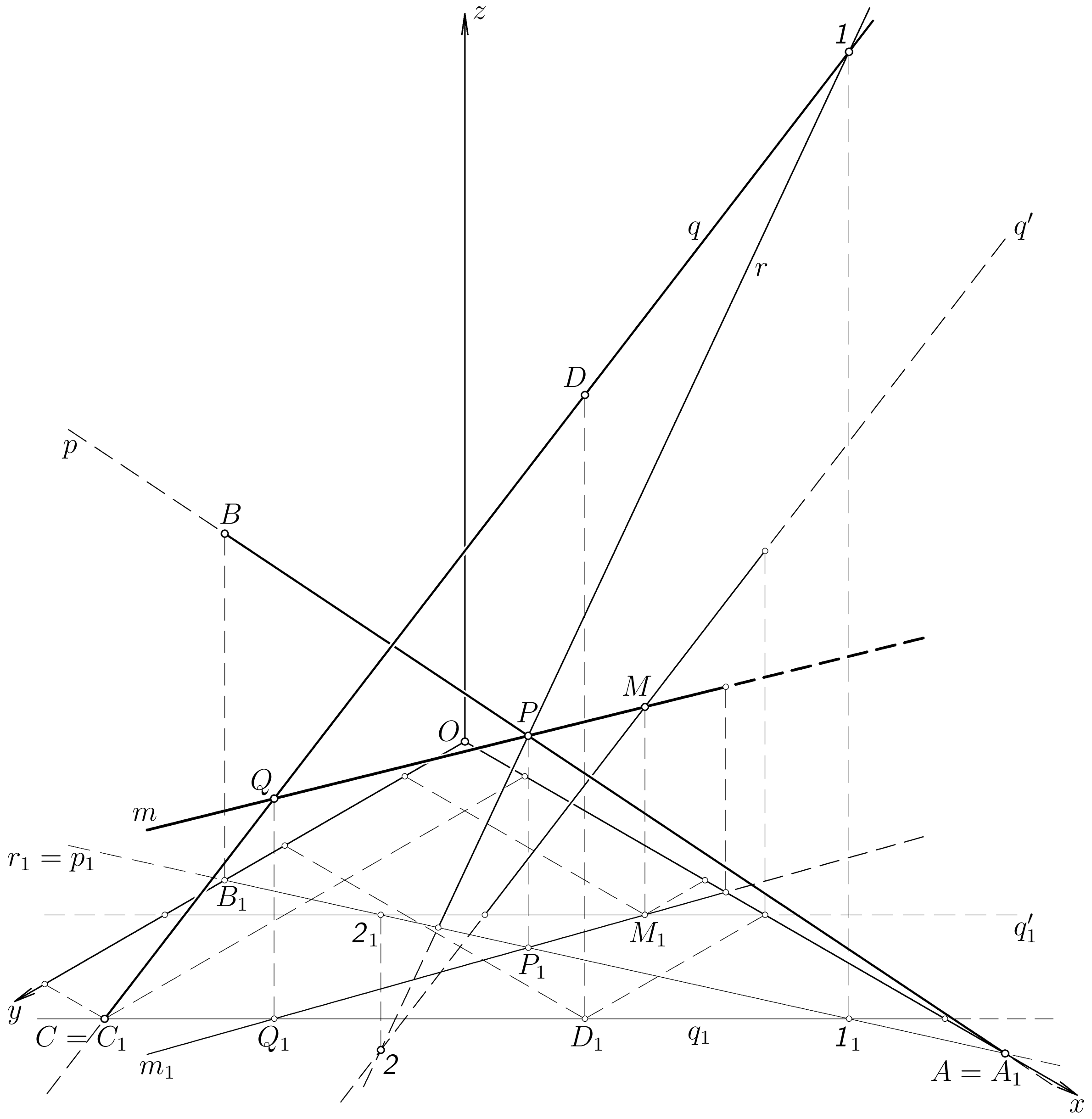
Řešení (obr. 4.3): Roviny daných trojúhelníků se protínají v průsečnici r, jejíž body K, L najdeme takto – rovina EFE_1 (půdorysně promítací rovina přímky EF) protne strany AB, BC v bodech *1*,*2*, kde $1_1 = E_1F_1 \cap A_1B_1$ a $2_1 = E_1F_1 \cap B_1C_1$. Krycí přímka *12* pak protíná úsečku EF v bodě K. Podobně pomocí krycí přímky *34* najdeme bod L na úsečce AC. Při určování viditelnosti postupujeme následujícím způsobem – bod $2 \in BC$ je výš než bod $2' \in EF$, a bude tedy vidět bod *2* a také celá strana BC.



obr. 4.3

Příklad 4.4: V pravoúhlé izometrii veďte bodem M příčku mimoběžek $p = AB, q = CD$.
$M[4;1;3], A[9;0;0], B[0;4;5], C[1;7;0], D[5;3;9]$

Řešení (obr. 4.4): Hledaná příčka musí ležet v rovině $\rho = Mq$. Stačí tedy najít průsečík P přímky $p = AB$ s touto rovinou. Bodem M je proto vedena přímka $q' \parallel q$ a bod P je nalezen pomocí půdorysně krycí přímky $r = 12$ ($r_1 = p_1$). Přímka $m = PM$ je hledanou příčkou, která protíná druhou mimoběžku $q = CD$ v bodě Q.

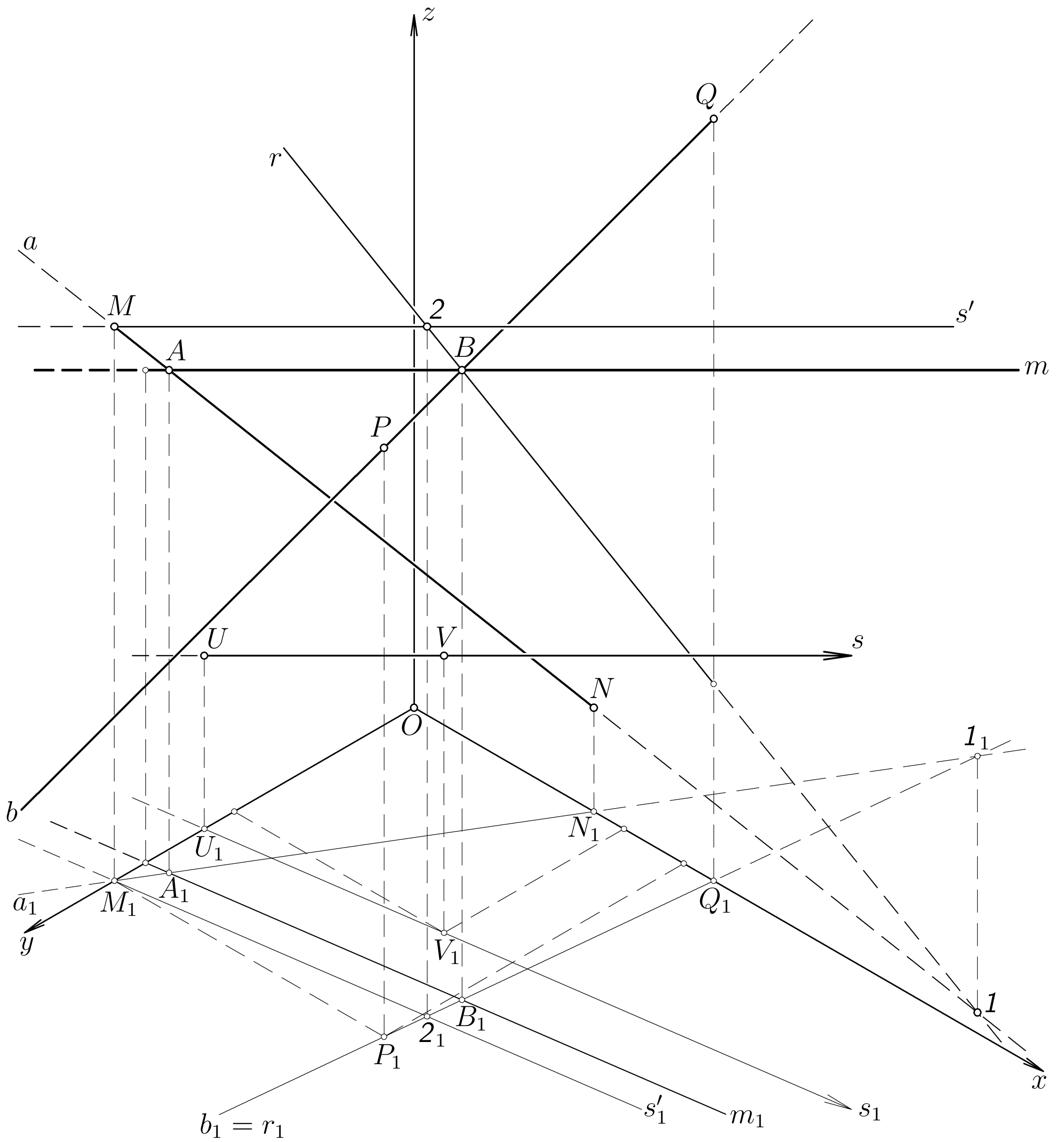


obr. 4.4

Příklad 4.5: V pravoúhlé izometrii sestrojte příčku mimoběžek $a = MN, b = PQ$ rovnoběžnou s přímkou $s = UV$.

$M[0; 5; 8], N[3; 0; 1{,}5], P[4{,}5; 5; 8{,}5], Q[5; 0; 11],$
$U[0; 3{,}5; 2{,}5], V[3{,}5; 3; 4]$

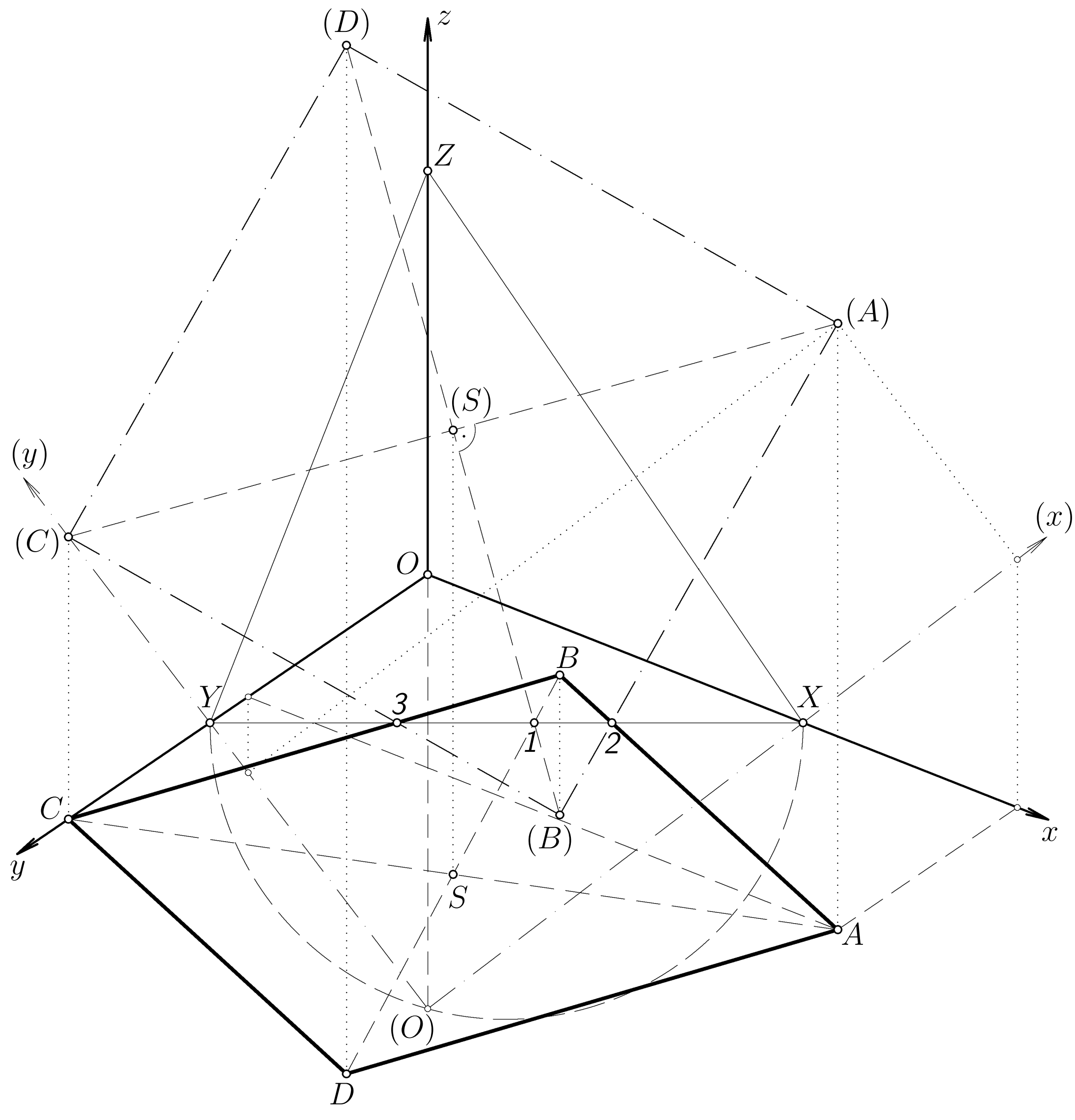
Řešení (obr. 4.5): Hledaná příčka musí ležet v rovině $\alpha \parallel s, a \subset \alpha$. Tato rovina je dourčena přímkou $s' \parallel s, M \in s'$. Pomocí půdorysně krycí přímky $r = \mathit{12}$ ($r_1 = b_1$) je sestrojen průsečík B přímky $b = PQ$ s rovinou $\alpha = as'$. Přímka $m \parallel s$ jdoucí bodem B je hledanou příčkou, která protíná druhou mimoběžku $a = MN$ v bodě A.



obr. 4.5

Příklad 4.6: V pravoúhlé dimetrii $\triangle(8;8;9)$ zobrazte čtverec $ABCD$ ležící v půdorysně π.
$A[10;4;0], C[0;8;0]$

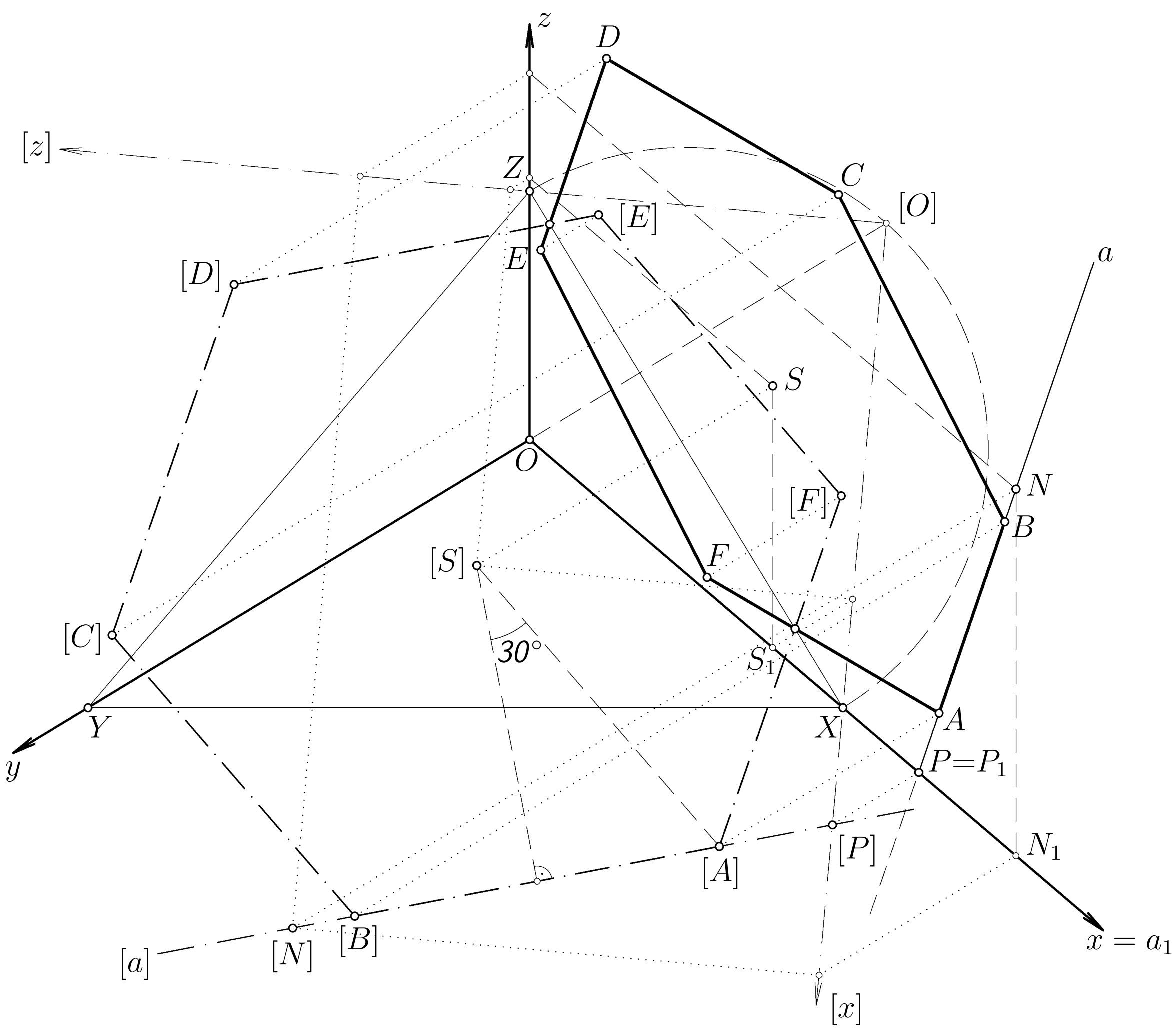
Řešení (obr. 4.6): Souřadnice bodů A, C vyneseme nejen v axonometrickém průmětu, ale také v otočení půdorysny do axonometrické průmětny, a získáme tak body $(A), (C)$. V otočení najdeme střed (S) čtverce a doplníme vrcholy $(B), (D)$. Axonometrické průměty bodů S, B, D sestrojíme pomocí kolmé osové afinity, jejíž osou je přímka XY a v níž axonometrickým průmětům bodů O, A, C odpovídají jejich otočené polohy $(O), (A), (C)$ – s výhodou můžeme užít samodružné body ***1,2,3*** přímek BD, AB, BC. Při ručním rýsování dochází u osové afinity často k nepřesnostem, a proto je vhodné v průmětu průběžně kontrolovat také zachování středu úsečky nebo rovnoběžnosti.



obr. 4.6

Příklad 4.7: V pravoúhlé axonometrii, dané $\triangle(10; 9; 8)$, zobrazte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$, který má střed S a jedna jeho strana leží na přímce $a = PN$.
$S[5; 0; 5], P[8; 0; 0], N[10; 0; 7]$

Řešení (obr. 4.7): Ze zadání vyplývá, že body S, P, N leží v nárysně. Proto budeme úlohu řešit (podobně jako předchozí příklad) pomocí otočení souřadnicové roviny $\nu = xz$ do axonometrické průmětny. V průmětu je tímto otočením indukována kolmá osová afinita, jejíž osou je přímka XZ a v níž průmětům bodů O, S, P, N odpovídají jejich otočené polohy $[O], [S], [P], [N]$. Nejprve tedy v otočení sestrojíme pravidelný šestiúhelník o středu $[S]$ a se stranou $[A][B]$ na přímce $[a] = [P][N]$ a poté najdeme axonometrické průměty jeho vrcholů – přitom využíváme vlastností zmíněné afinity, případně zachování středové souměrnosti a rovnoběžnosti.

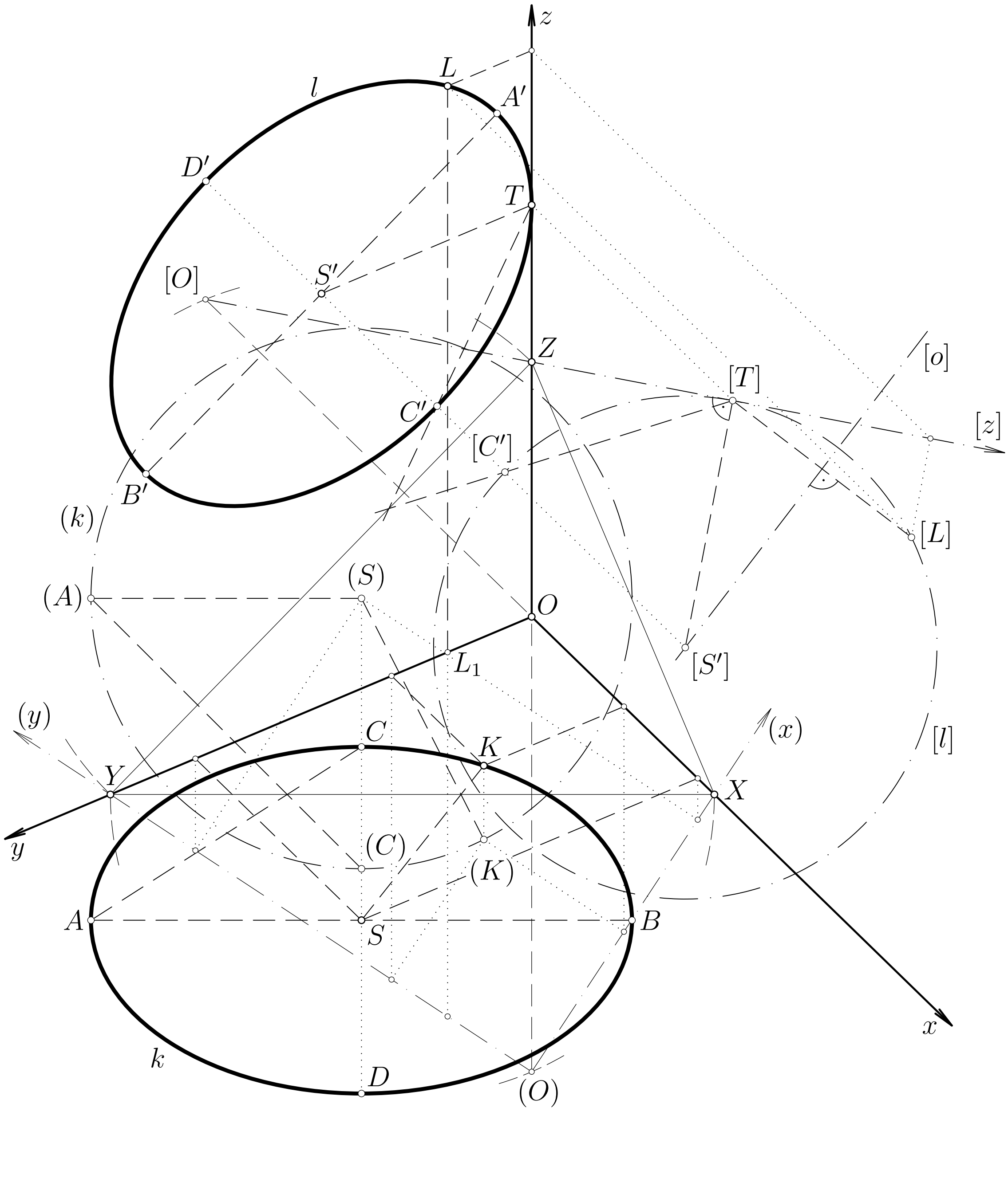


obr. 4.7

Příklad 4.8: Zobrazte kružnici $k \subset \pi$, která má střed S a prochází bodem K; dále zobrazte kružnici $l \subset \mu$, jež prochází bodem L a v bodě T se dotýká osy z. Proveďte v pravoúhlé dimetrii $\triangle(9; 9; 7)$.

$S[4{,}5; 6; 0], K[2{,}5; 2{,}5; 0]; L[0; 1{,}5; 11], T[0; 0; 8]$

Řešení (obr. 4.8): Průmětem každé z kružnic je elipsa, jejíž hlavní osa prochází průmětem středu dané kružnice a je rovnoběžná se stranou XY pro k a se stranou YZ pro l. Délka hlavní poloosy je rovna poloměru kružnice. Kružnici k sestrojíme v otočení půdorysny do axonometrické průmětny: $|(S)(K)|$ je její poloměr. Kružnici l sestrojíme v otočení bokorysny do axonometrické průmětny: střed $[S']$ otočené polohy $[l]$ je průsečíkem osy $[o]$ souměrnosti bodů $[T], [L]$ a normály kružnice $[l]$ v bodě $[T]$, $|[S'][T]|$ je její poloměr. Vedlejší vrcholy průmětů kružnic k i l stanovíme pomocí osové afinity indukované otáčením příslušné souřadnicové roviny – využijeme otočené polohy (C) bodu C v případě kružnice k, resp. otočené polohy $[C']$ bodu C' kružnice l.

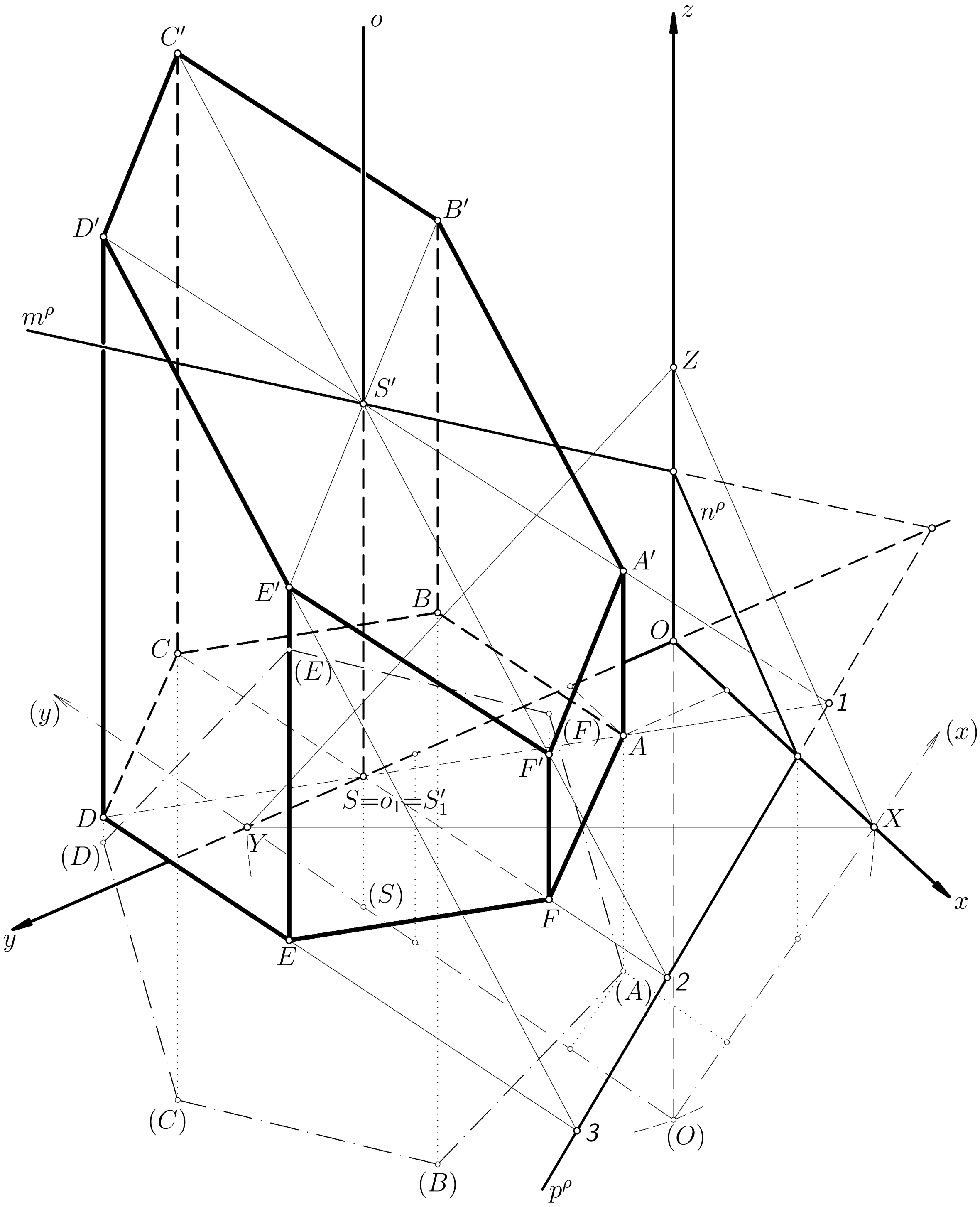


obr. 4.8

Příklad 4.9: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(10; 10; 8)$ zobrazte pravidelný šestiboký hranol, který má dolní podstavu o středu S a vrcholu A v půdorysně π; shora omezte těleso rovinou ρ.

$S[0; 6; 0], A[1{,}5; 2; 0], \rho(3{,}5; -5; 3{,}5)$

Řešení (obr. 4.9): Průmět pravidelného šestiúhelníka $ABCDEF$ podstavy sestrojíme podobně jako čtverec v příkladu 4.6; pro rovinu ρ vytáhneme průměty jejích stop – přitom zkrácení 5 cm na průmětu osy y najdeme nejprve na kladné poloose a poté souměrně podle průmětu počátku O přeneseme na opačnou polopřímku a zkrácení 3,5 cm na průmětech os x a z je díky zadané dimetrii stejné.
Sestrojme řez kolmého hranolu rovinou ρ. Bod $S \in y$, proto osa o hranolu $(o \perp \pi, S \in o)$ leží v bokorysně μ a protíná rovinu ρ na bokorysné stopě m^ρ v bodě S', který je středem hledaného řezu. Dále využijeme osovou afinitu mezi půdorysnou π a rovinou ρ, jejíž osou je půdorysná stopa p^ρ a v níž si odpovídají body S a S'. Přímka AS protíná stopu p^ρ v samodružném bodě *1* a bod A' najdeme na přímce $1S'$ a na hraně jdoucí bodem A kolmo k π. Stejným způsobem najdeme bod D' a podobně sestrojíme pomocí samodružných bodů *2*$= p^\rho \cap CF$, *3*$= p^\rho \cap ED$ vrcholy C', F', E' řezu. Bod B' je souměrný s E' podle středu S'. Na závěr stačí doplnit zbývající hrany a určit jejich viditelnost.



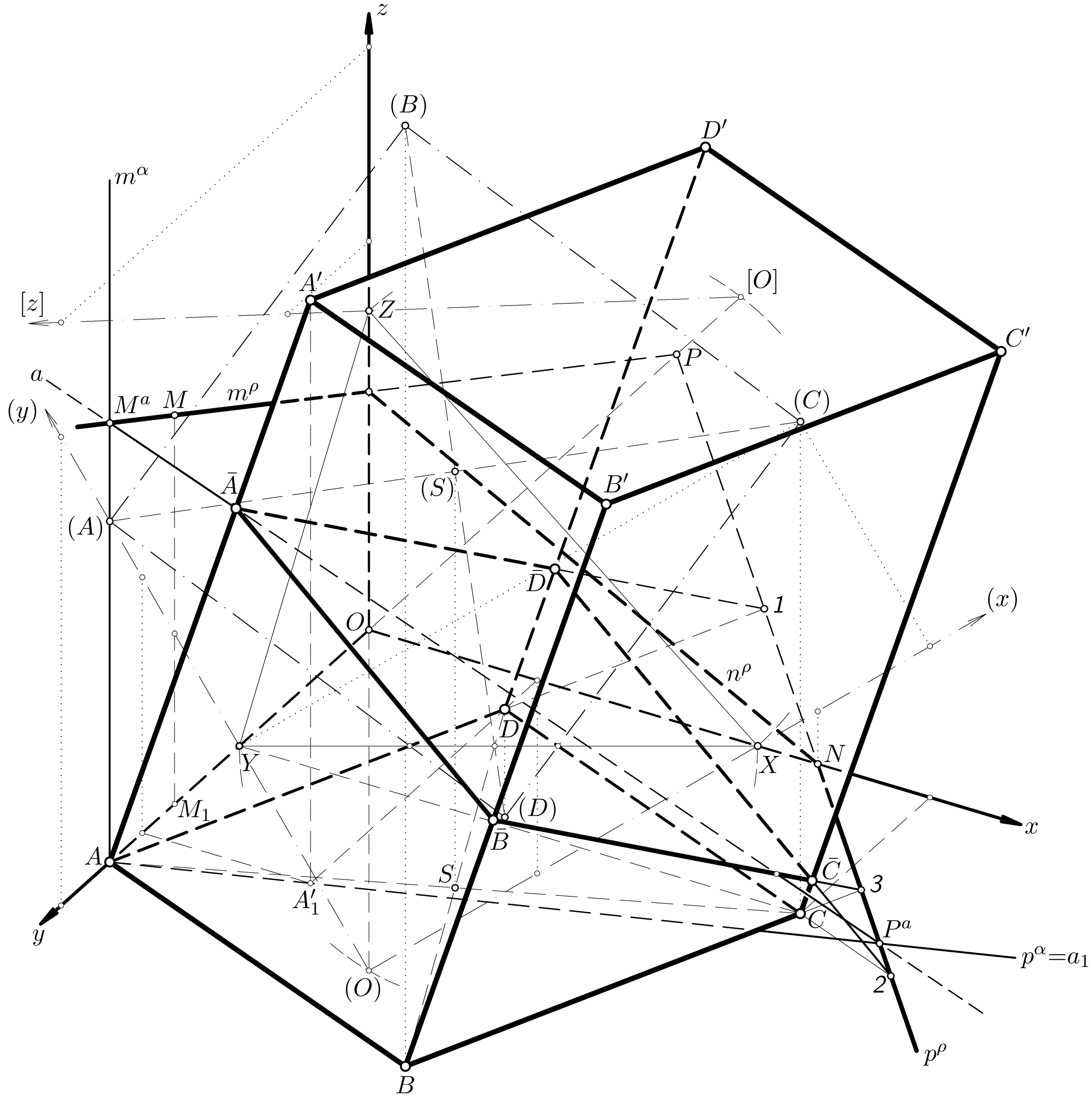
o
z
C′
B′
D′
m^ρ
Z
S′
n^ρ
A′
E′
B
O
C
(E)
1
(y)
(F)
A
(x)
F′
S=o₁=S′₁
D
Y
X
(D)
x
(S)
F
y
E
2
(A)
(C)
3
(O)
(B)
p^ρ

obr. 4.9

Příklad 4.10: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(8;7;9)$ je dán kosý čtyřboký hranol, který má čtvercovou podstavu $ABCD$ o úhlopříčce AC v půdorysně a boční hranu AA'. Protněte ho rovinou $\rho = MNP$.

$A[0;8;0], C[10;4;0], A'[3;7;10{,}5], M[0;6;7], N[8;0;0], P[0;-9{,}5;0]$

Řešení (obr. 4.10): Průmět dolní čtvercové podstavy $ABCD$ sestrojíme podobně jako v příkladu 4.6, konstrukce průmětů vrcholů B', C', D' je zřejmá z obrázku. Pro stopy roviny ρ platí: $p^\rho{=}PN, m^\rho{=}PM$ a nárysná stopa n^ρ prochází bodem N a s m^ρ se protíná na ose z. Hranou AA' proložme pomocnou rovinu $\alpha{=}AA'A_1'$ (je tedy $\alpha \parallel z$ a $p^\alpha{=}AA_1'$, $m^\alpha \parallel z$, $A \in m^\alpha$) a sestrojme její průsečnici $a{=}P^aM^a$ s rovinou ρ. Získáme tak první vrchol $\bar{A}{=}a \cap AA'$ řezu. Přímka $1\bar{A}$, kde $1{=}AD \cap p^\rho$, je průsečnicí roviny řezu s rovinou boční stěny $ADD'A'$ a protíná tedy hranu DD' v dalším vrcholu $\bar{D}$ řezu. Podobně najdeme pomocí bodů $2,3 \in p^\rho$ zbývající vrcholy $\bar{C}, \bar{B}$. Protože jsou protější boční stěny hranolu rovnoběžné, je také čtyřúhelník $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ rovnoběžníkem. Čtverec podstavy a rovnoběžník řezu si odpovídají v prostorové osové afinitě, jejíž osou je stopa $p^\rho{=}\pi \cap \rho$ a směr udává přímka AA'.

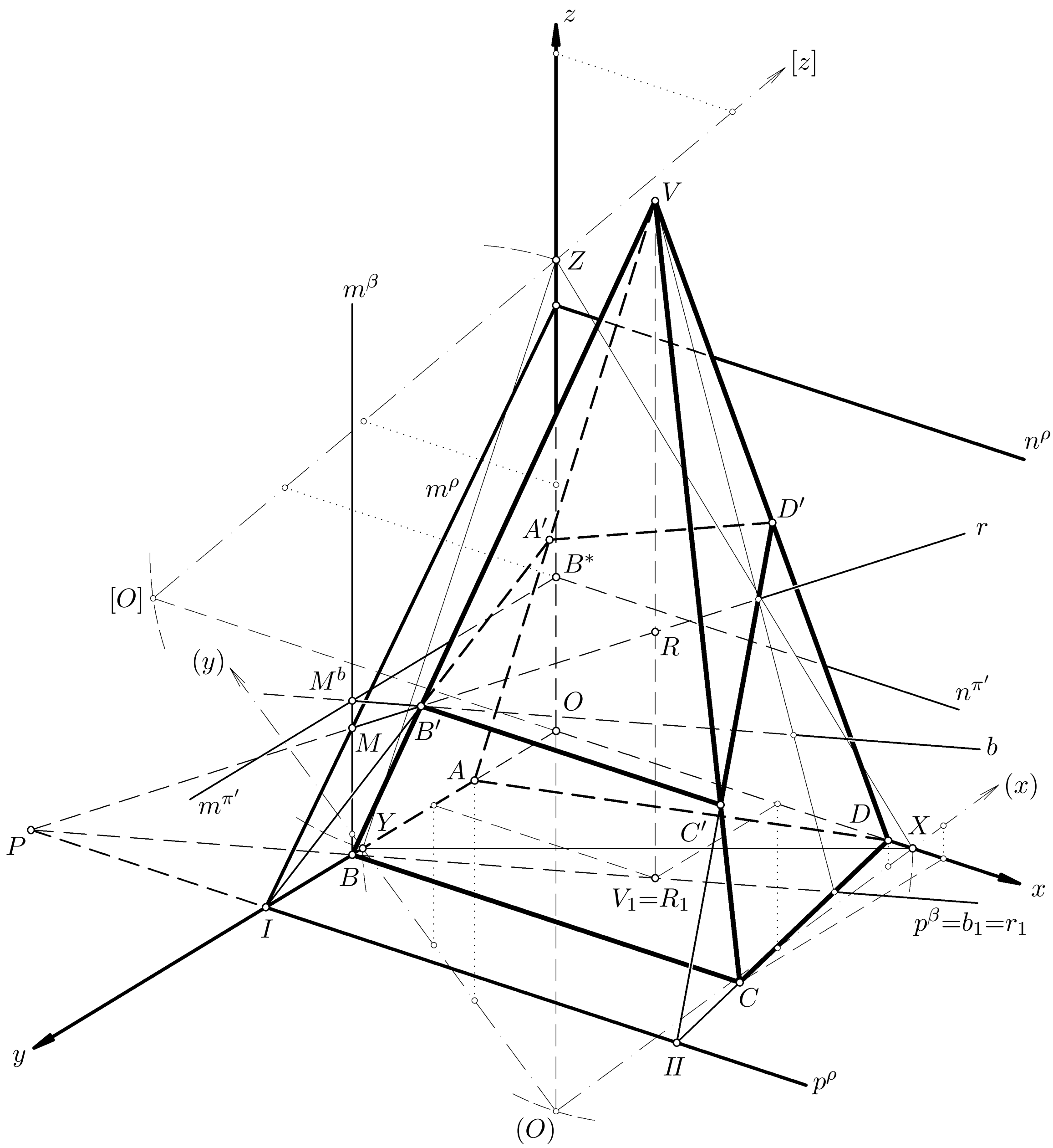


obr. 4.10

Příklad 4.11: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(8;9;10)$ zobrazte řez obecného čtyřbokého jehlanu $ABCDV$ rovinou $\rho||x$; rovina ρ prochází bodem R a protíná hranu BV v bodě B'.

$A[0,2,0], B[0;5;0], C[7;5;0], D[6;0;0], V[4;3;11],$
$R[4;3;4], B'[?;?;2{,}5]$

Řešení (obr. 4.11): Bod B' je průsečíkem přímky BV s rovinou π', která je rovnoběžná s π a prochází bodem $B^*[0;0;2{,}5]$. $BV \subset \beta$, $\beta \perp \pi$, ($p^\beta = BV_1$, $m^\beta \parallel z$). $\beta \cap \pi' = b$, ($b_1 = p^\beta$, $b \parallel b_1$, $M^b \in b$, $M^b = m^\beta \cap m^{\pi'}$), $b \cap BV = B'$. Určíme stopy roviny ρ řezu. $p^\rho \parallel x$, $P \in p^\rho$, $P = r \cap r_1$, $r = RB'$. m^ρ prochází bokorysným stopníkem M přímky r a $n^\rho \parallel x$. Strany řezu leží na průsečnicích rovin bočních stěn jehlanu s rovinou ρ řezu. $I \in A'B'$, $I = AB \cap p^\rho$, $A' \in AV$. $B'C' \parallel BC$, neboť $BC \parallel p^\rho$. $C'D' \cap CD = II$.
Mezi podstavou a řezem jehlanu je kolineace, jejímž středem je vrchol V jehlanu a osou průsečnice p^ρ rovin podstavy a řezu.

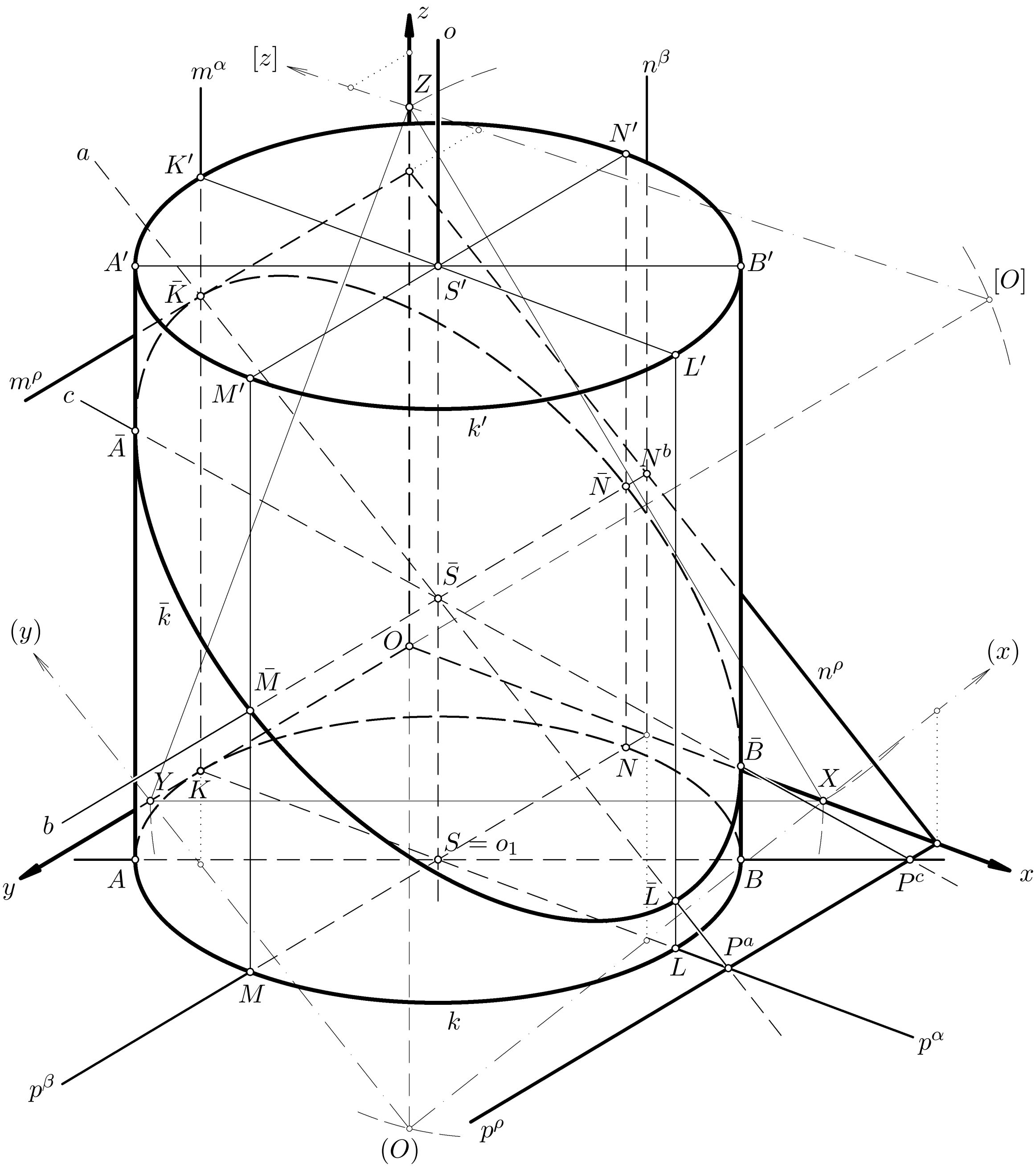


obr. 4.11

Příklad 4.12: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(10; 11; 12)$ je dán rotační válec, který má dolní podstavnou kružnici $k(S; r)$ v půdorysně a výšku v. Sestrojte jeho řez rovinou ρ.

$S[4{,}5; 5; 0], r = 4{,}5, v = 10, \rho(10; \infty; 8)$

Řešení (obr. 4.12): Osou $o = SS'$ válce proložíme rovinu $\alpha \parallel \nu$, která válec protne v obdélníku $KLL'K'$ a rovinu ρ v přímce a. Průsečíky $\bar{K}, \bar{L}$ přímky a se stranami KK', LL' válce jsou současně průsečíky přímky a s pláštěm válce. Podobně osou o vedeme rovinu $\beta \parallel \mu$, která protne válec v obdélníku $MNN'M'$ a rovinu ρ v přímce b. Přímka protíná plášť válce v bodech $\bar{M}, \bar{N}$ ležících na jeho stranách MM', NN'. Tím jsme získali pro průsečnou elipsu $\bar{k}$ sdružené průměry $\bar{K}\bar{L}, \bar{M}\bar{N}$, neboť průměry KL, MN kružnice k jsou na sebe kolmé.

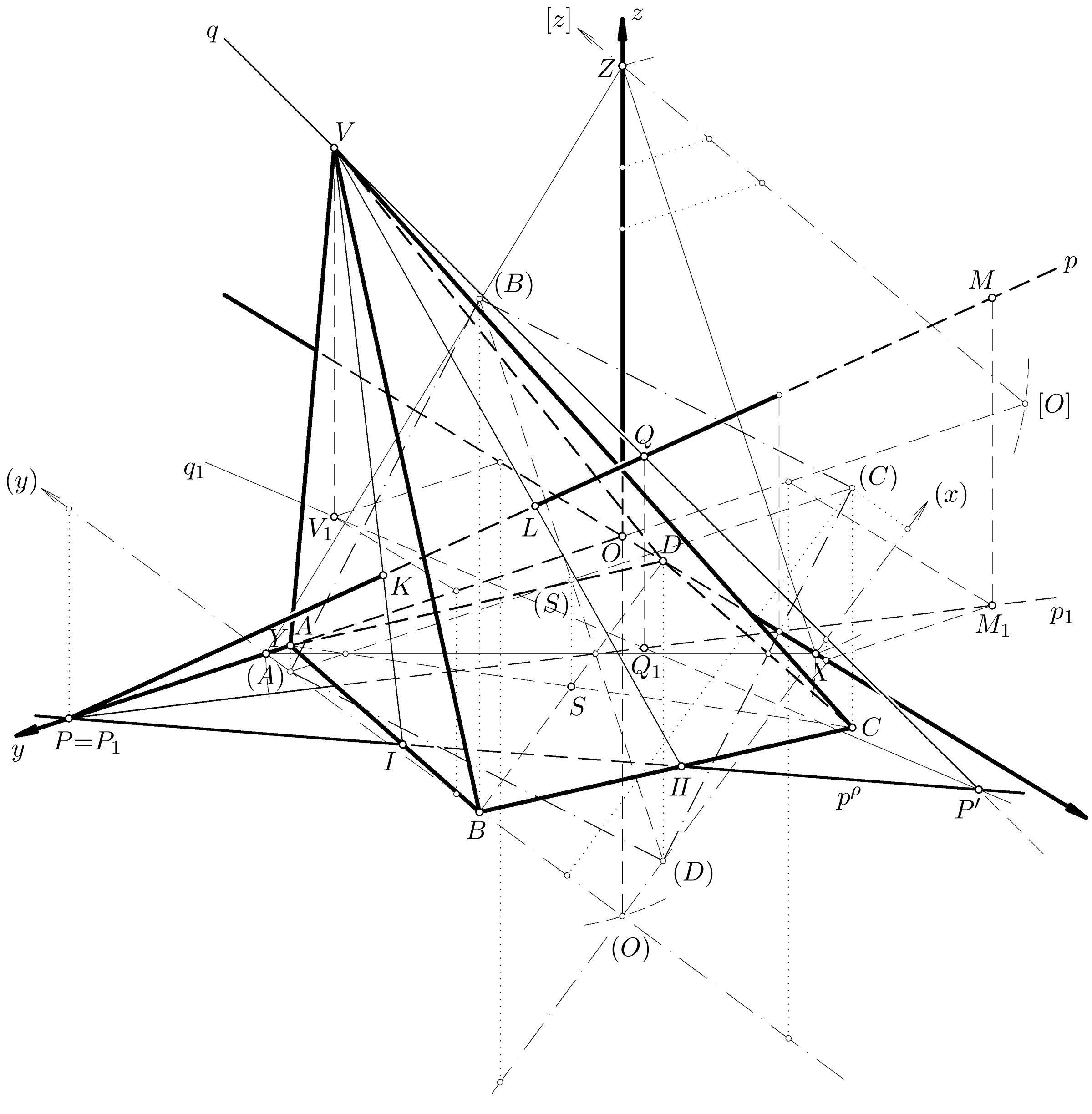


obr. 4.12

Příklad 4.13: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(8;10;9)$ sestrojte průnik přímky $p = PM$ s kosým čtyřbokým jehlanem, který má čtvercovou podstavu o úhlopříčce AC v půdorysně π a hlavní vrchol V.

$A[0;6;0], C[7;1;0], V[-3;3;6], P[0;10;0], M[5;-3;5]$

Řešení (obr. 4.13): Přímkou p a vrcholem V jehlanu je určena vrcholová rovina ρ. Zvoleným bodem $Q \in p$ vedeme přímku $q = VQ$, $q \subset \rho$. Půdorysná stopa p^ρ roviny ρ je určena půdorysnými stopníky P, P' přímek p, q. Rovina ρ protíná jehlan v $\triangle VIII$. Body I, II jsou průsečíky stopy p^ρ s obvodem podstavy jehlanu. Společné body K, L přímky p a obvodu $\triangle VIII$ jsou hledanými průsečíky přímky p s povrchem jehlanu.

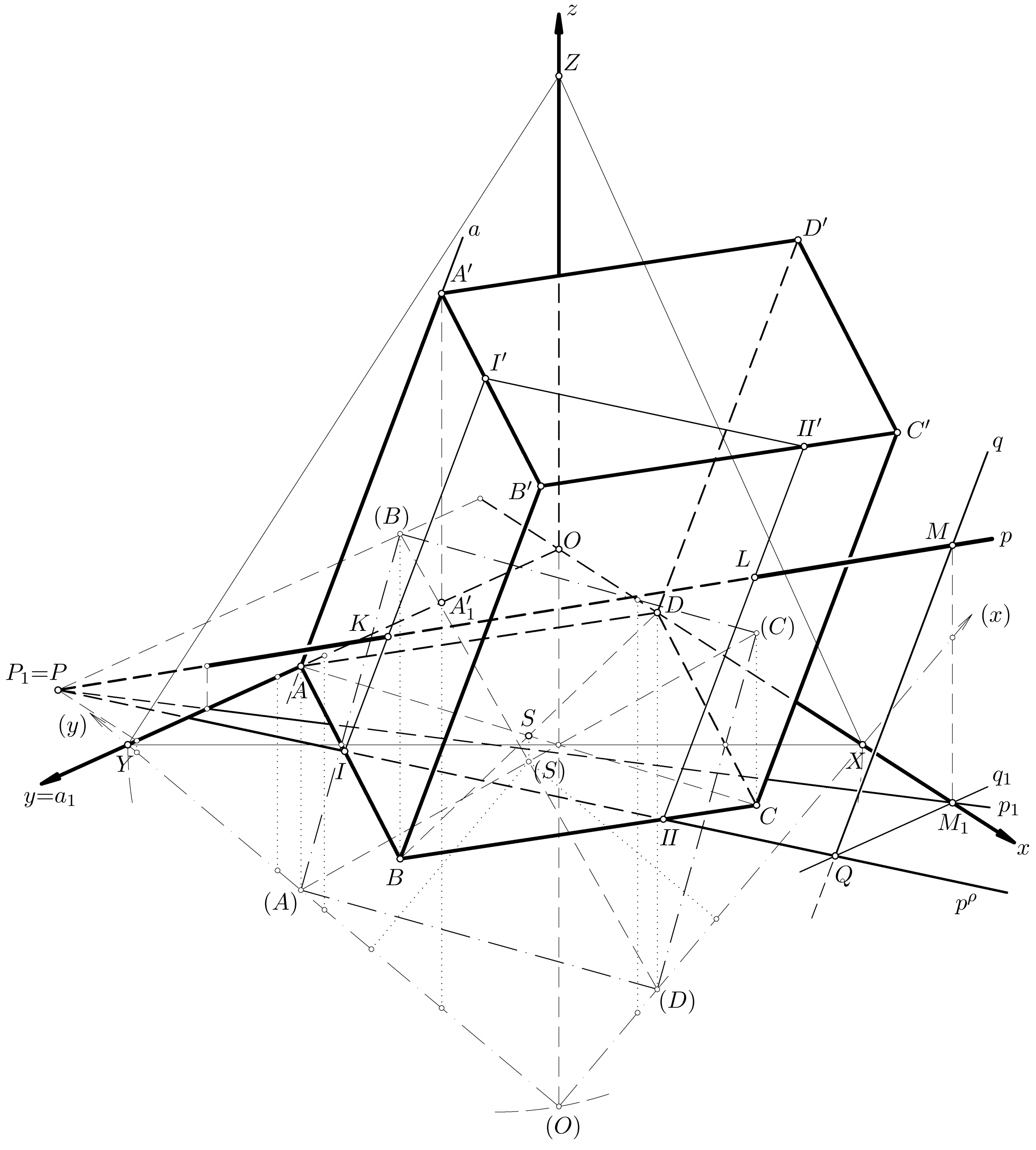


obr. 4.13

Příklad 4.14: V pravoúhlé dimetrii $\triangle(12;13;12)$ sestrojte průnik přímky $p = PM$ s kosým čtyřbokým hranolem, jehož dolní čtvercová podstava o středu S a vrcholu A leží v půdorysně π a horní podstava má vrchol A'.

$S[4;4;0], A[0;5{,}5;0], A'[0;2{,}5;6], P[-2;9;0], M[10;0;5]$

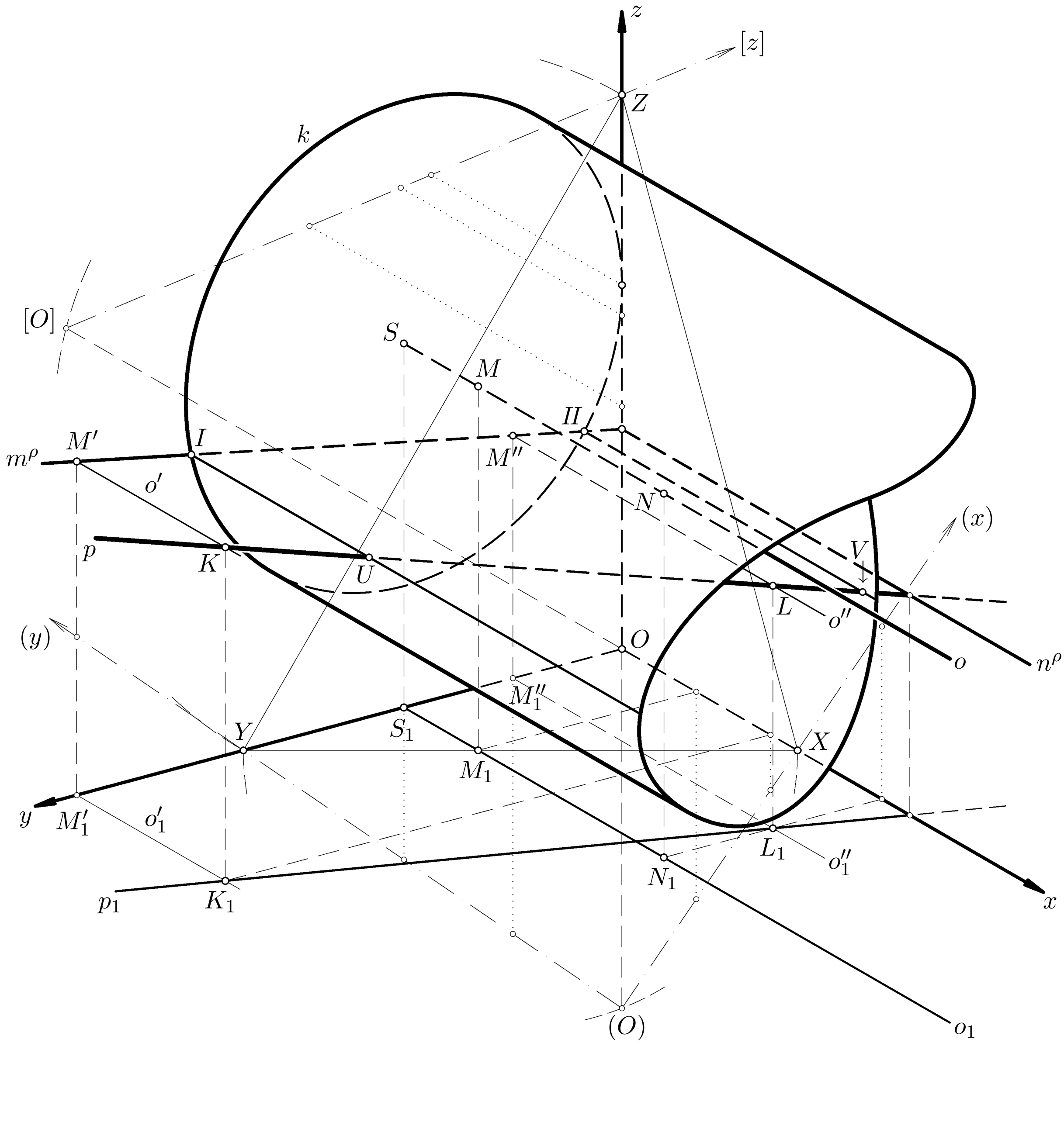
Řešení (obr. 4.14): Přímkou p proložíme rovinu ρ rovnoběžnou s bočními hranami hranolu, tzv. směrovou rovinu a určíme její půdorysnou stopu p^ρ. $\rho = pq$, $q \parallel AA'$, $M \in q$. $p^\rho = PQ$, $Q = q \cap \pi$. Rovina ρ protíná povrch hranolu v rovnoběžníku $I\,I'\,II'\,II$, $I\,I' \parallel II\,II' \parallel AA'$. Společné body K, L přímky p a obvodu rovnoběžníka $I\,I'\,II'\,II$ jsou hledané průsečíky přímky p s povrchem hranolu. Body K, L leží ve viditelných stěnách hranolu a tím je určena viditelnost přímky p vzhledem ke hranolu.



obr. 4.14

Příklad 4.15: Na přímce $p = KL$ najděte body, jejichž vzdálenost od přímky $o = MN$ je r.
Proveďte v pravoúhlé axonometrii, kde $|\sphericalangle(x,z)|$=120°, $|\sphericalangle(y,z)|$=105°.
$K[4;10;5{,}5], L[7;2;4], M[2;4;6], N[7;4;6], r{=}4$

Řešení (obr. 4.15): Body, které mají v prostoru od přímky o vzdálenost r, leží na rotační válcové ploše o poloměru r, jejíž osou je přímka o. Tato válcová plocha je zde určena povrchovou kružnicí $k(S,r)$ v bokorysně $\mu = yz$, S je bokorysný stopník přímky o. Přímkou p proložíme směrovou rovinu ρ ($\rho \parallel o$) a najdeme její bokorysnou stopu $m^\rho = M'M''$, $M' = o' \cap \mu$, $K \in o'$, $o' \parallel o$, $M'' = o'' \cap \mu$, $L \in o''$, $o'' \parallel o$. Rovina ρ protíná válcovou plochu v povrchových přímkách, které procházejí průsečíky I a II bokorysné stopy m^ρ s kružnicí k. Společné body U, V přímky p a těchto povrchových přímek jsou hledané průsečíky.

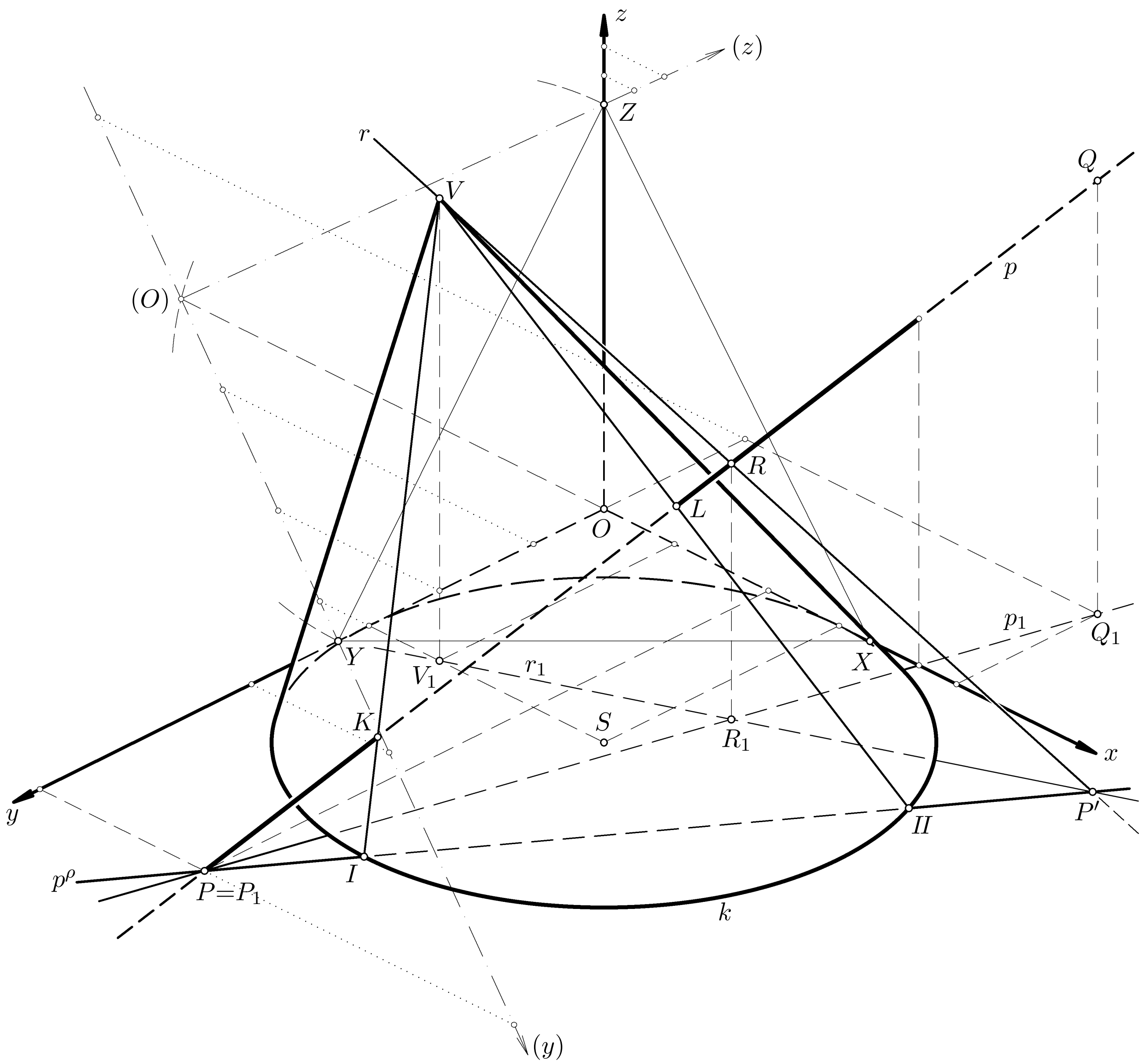


obr. 4.15

Příklad 4.16: V pravoúhlé dimetrii $\triangle(8;8;9)$ sestrojte průnik přímky $p = PQ$ s kosým kruhovým kuželem, který má vrchol V a podstavu o středu S a poloměru r v půdorysně π.

$P[3{,}5;12;0], Q[7{,}5;-3;7{,}5], V[1{,}5;5;8], S[5;5;0], r{=}5$

Řešení (obr. 4.16): Přímkou p proložíme vrcholovou rovinu $\rho = Vp$ a sestrojíme její půdorysnou stopu $p^{\rho} = PP'$. P' je půdorysný stopník přímky $r = VR$, R je zvolený bod na přímce p (tedy $r \subset \rho$). Rovina ρ protíná kužel v $\triangle VIII$. Body I, II jsou průsečíky stopy p^{ρ} s podstavnou hranou k kužele. Přímka p protíná strany VI, VII v bodech K, L, které jsou hledanými průsečíky přímky p s pláštěm kužele. Pro stanovení viditelnosti přímky p vzhledem ke kuželi si stačí uvědomit, že body K, L leží na viditelné části pláště kužele.

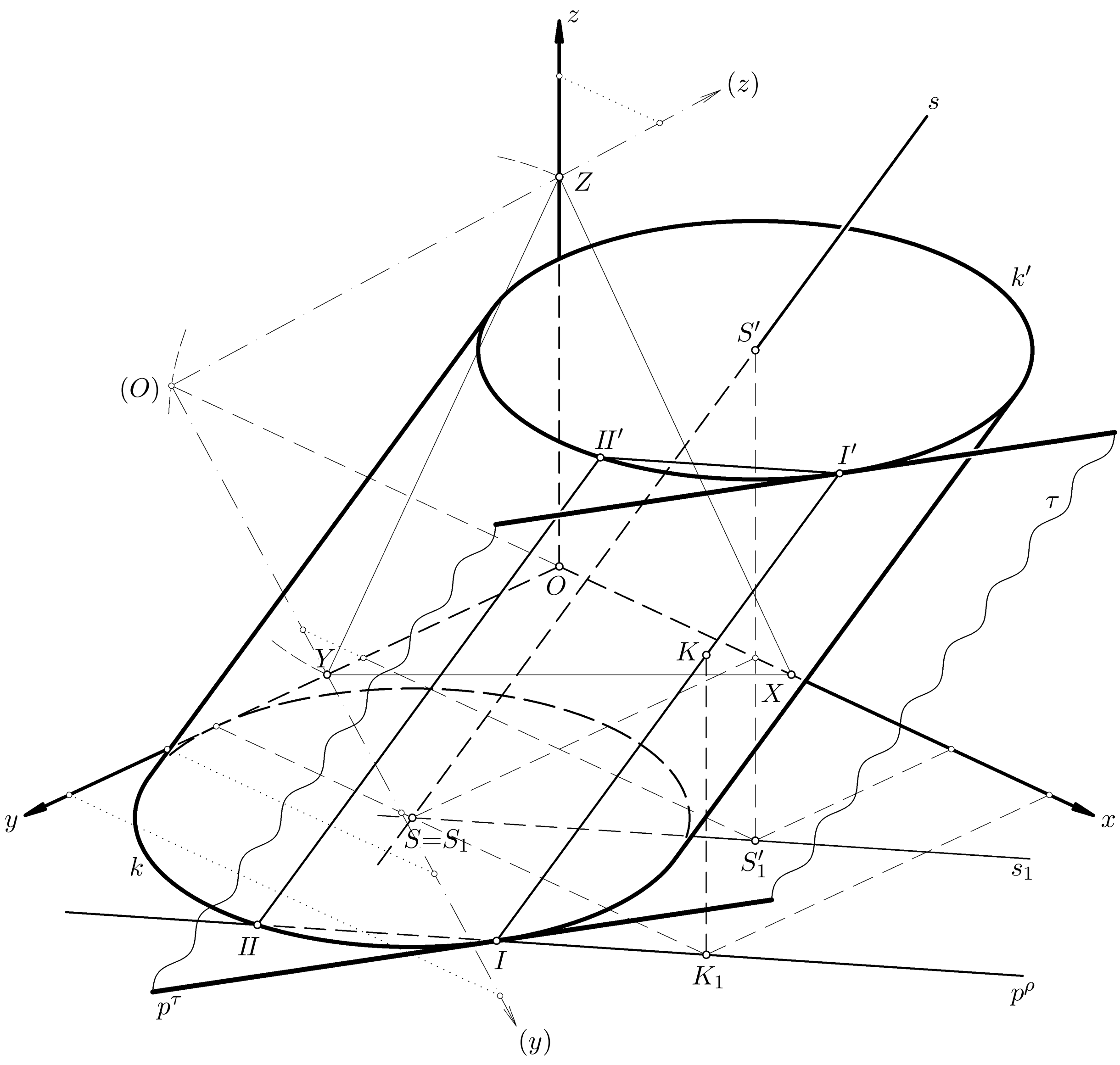


obr. 4.16

Příklad 4.17: Kosý kruhový válec má dolní podstavu o středu S a poloměru r v π a střed S' horní podstavy. V bodě K na plášti válce sestrojte jeho tečnou rovinu τ. Proveďte v kolmé dimetrii $\triangle(7;8;8)$.

$S[4;7;0], S'[8;4;8], r=5, K[10;7;?]$

Řešení (obr. 4.17): Tečná rovina τ válce v jeho bodě K se ho dotýká podél strany II' procházející bodem K rovnoběžně se střednou s válce a protíná roviny podstav v přímkách, které jsou tečnami podstavných kružnic. Pro určení axonometrického průmětu bodu K použijeme půdorysně promítací rovinu ρ přímky II'. Rovina ρ je rovnoběžná s půdorysně promítací rovinou přímky s a protíná válec v rovnoběžníku $II'II'II$. $p^\rho \parallel s_1$, $K_1 \in p^\rho$.

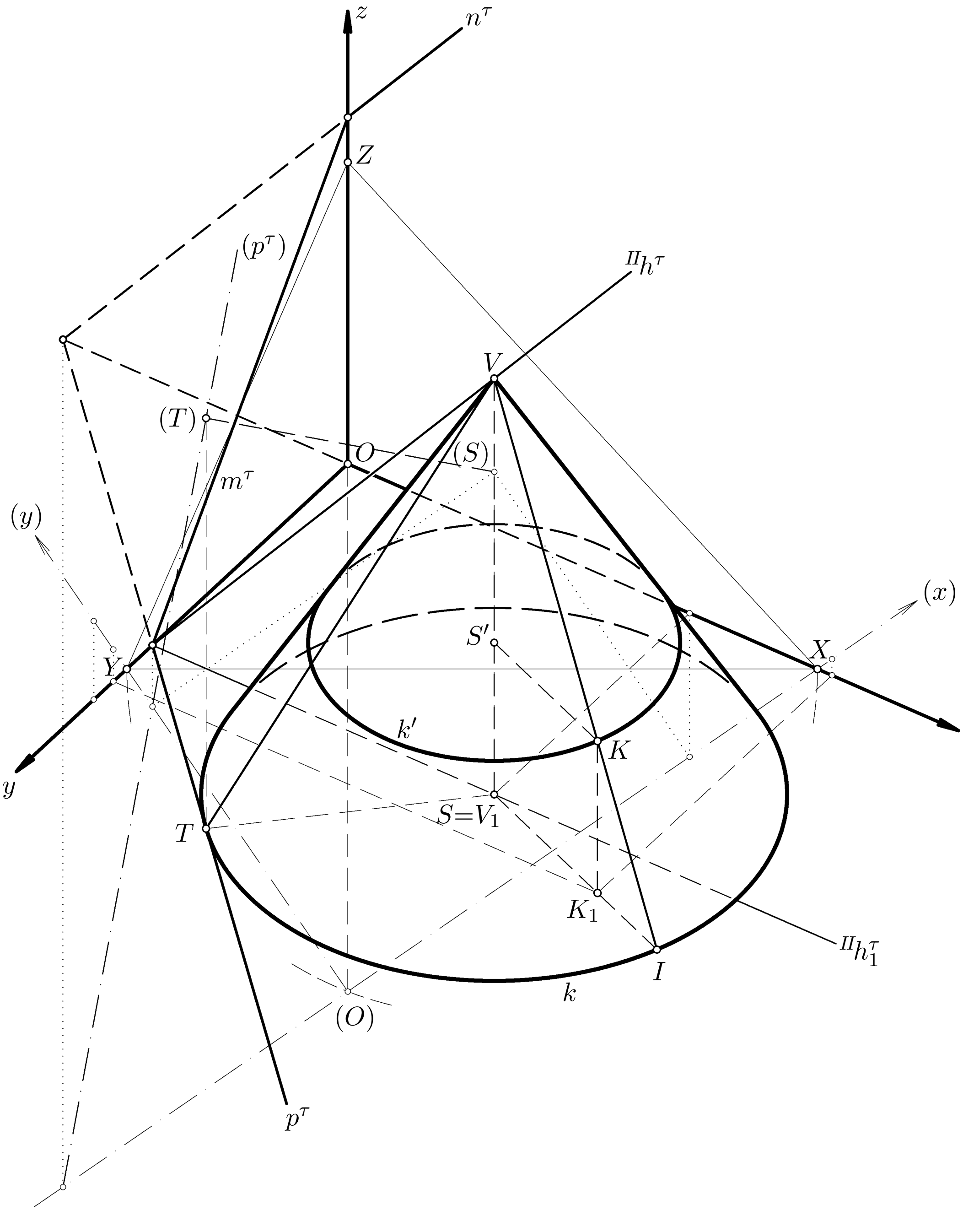


obr. 4.17

Příklad 4.18: V dimetrii $\triangle(10;8;10)$ zobrazte rotační kužel s podstavou o středu S v půdorysně, který se dotýká roviny τ. Bodem K na plášti kužele veďte jeho povrchovou kružnici.

$S[6;6;0], \tau(-5;5;6{,}5), K[8{,}5;6;?]$

Řešení (obr. 4.18): Tečná rovina τ kužele protne rovinu jeho podstavy v přímce p^τ, která je tečnou podstavné kružnice k. V otočení sestrojíme bod (T) dotyku kružnice (k) na její tečně (p^τ). Poloměr podstavy je $|(S)(T)|$. Bod K leží na straně VI kužele; bod $I = V_1K_1 \cap k$. Kružnice k, k' i jejich průměty jsou stejnolehlé se středem stejnolehlosti V. $S' \in VS$, $S'K \parallel SI$.



obr. 4.18

Příklad 4.19: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(10; 9; 11)$ zobrazte kosý kruhový válec výšky v s podstavou o poloměru r v π, který se dotýká rovin α a β. Strany válce jsou rovnoběžné s přímkou $s = OR$. Z možných řešení zvolte to s podstavou v 1. kvadrantu. Sestrojte průnik přímky $p = PM$ s válcem.

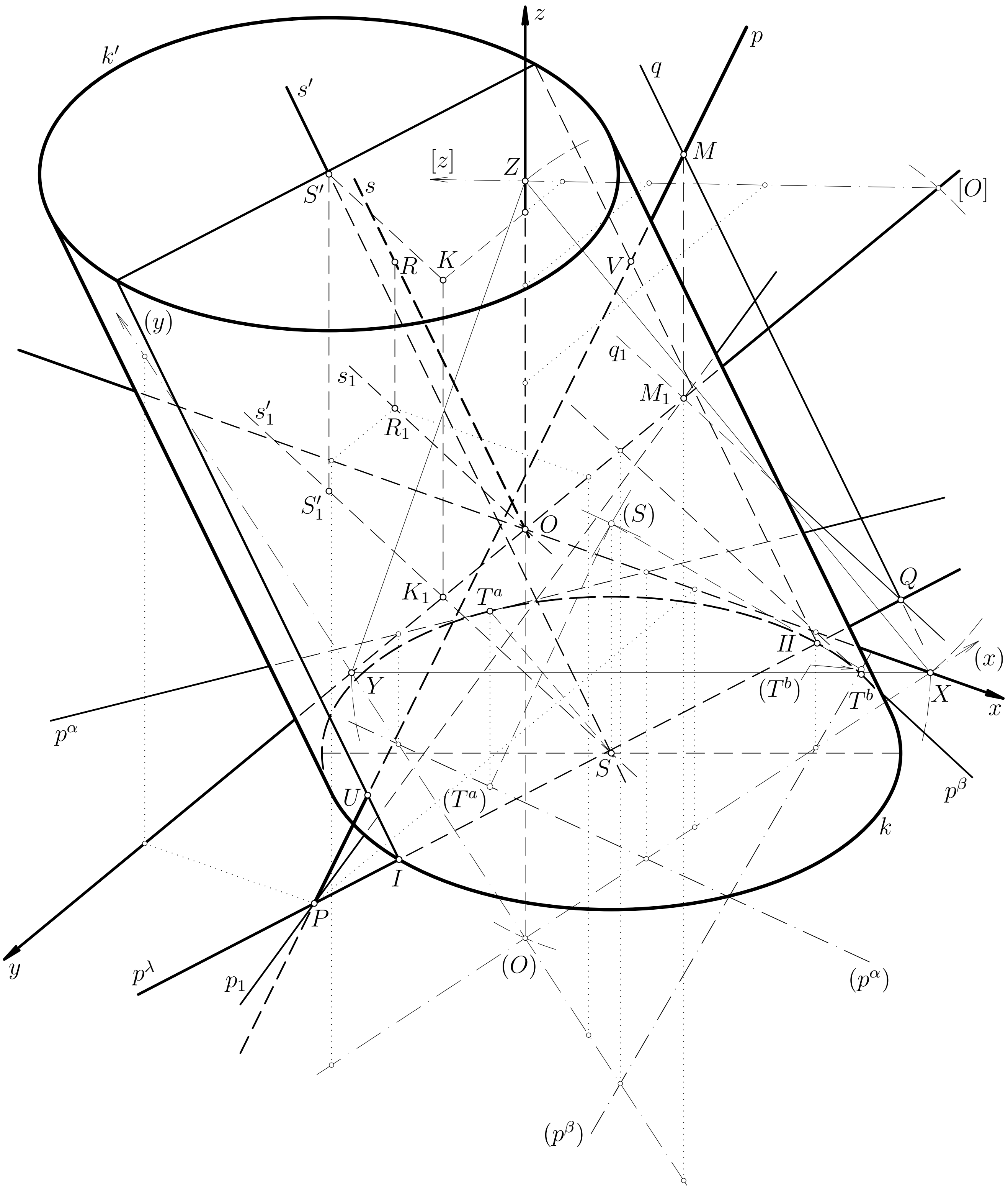
$v = 6{,}5, r = 5, R[-4; -2; 3], O[0; 0; 0], \alpha(2{,}5; 4; ?), \beta(6; -4; ?), P[3{,}5; 12; 0], M[0; -5; 5]$

Řešení (obr. 4.19): Podstavná kružnice k v π se dotýká stop p^α, p^β tečných rovin α, β. V otočení půdorysny do axonometrické průmětny sestrojíme otočený střed (S) kružnice k jako průsečík přímek rovnoběžných s (p^α) a (p^β) a vzdálených od nich o r. Ze čtyř možných řešení bylo zvoleno to v 1. kvadrantu. Střed S' horní podstavy je průsečík středné s' s rovinou π': $z_{\pi'} = v$; $KS' \parallel K_1S$, $z_K = v$, $K \in \mu$. Přímkou p proložíme směrovou rovinu λ, $\lambda \parallel s'$. $\lambda = pq$; $M \in q$, $q \parallel s$. Rovina λ protíná povrch válce v rovnoběžníku, jehož strany na plášti válce procházejí body I a II, v nichž půdorysná stopa p^λ protíná podstavnou kružnici k. Společné body U, V těchto stran a přímky p jsou hledané průsečíky přímky p s povrchem válce. Bod U leží ve viditelné části, bod V v neviditelné části pláště válce a tím je dána viditelnost přímky p vzhledem k válci.

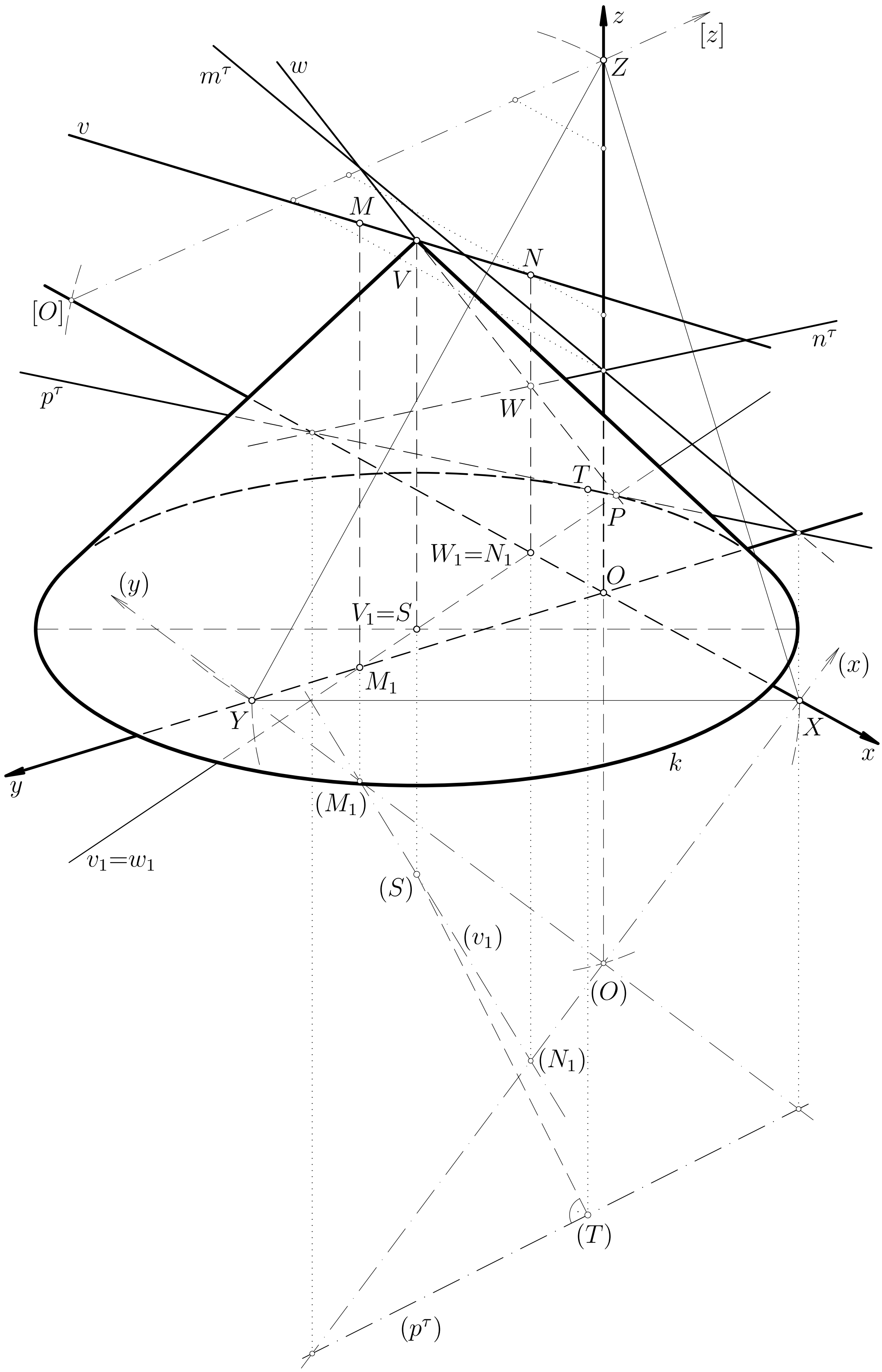
Příklad 4.20: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(9; 12; 11)$ zobrazte rotační kužel stojící na π, který má vrchol na přímce $v = MN$ a dotýká se roviny τ.

$M[0; 5; 8], N[-2; 0; 5], \tau(-8; -4; 4)$

Řešení (obr. 4.20): Vrchol V kužele je průsečíkem přímky v s rovinou τ. Je sestrojen pomocí půdorysně krycí přímky $w = PW$. $w_1 = PW_1 = v_1$; $W \in n^\tau$; $v \cap w = V$; $V_1 \in v_1$. Střed S podstavy splývá s bodem V_1. Tečná rovina τ kužele protíná rovinu π jeho podstavy v přímce p^τ, která je tečnou podstavné kružnice k. V otočení roviny π kolem přímky XY do axonometrické průmětny určíme bod T dotyku na tečně p^τ kružnice k a poloměr r kružnice k. $(S)(T) \perp (p^\tau)$, $(T) \in (p^\tau)$; $r = |(S)(T)|$.


z
p
q
k′
s′
M
[z]
Z
[O]
S′
s
R
K
V
(y)
q₁
s₁
M₁
s′₁
R₁
S′₁
O
(S)
K₁
Tᵃ
Q
II
(x)
Y
(Tᵇ)
Tᵇ
X
x
pᵅ
S
p^β
U
(Tᵃ)
k
I
P
y
p^λ
p₁
(O)
(pᵅ)
(p^β)

obr. 4.19



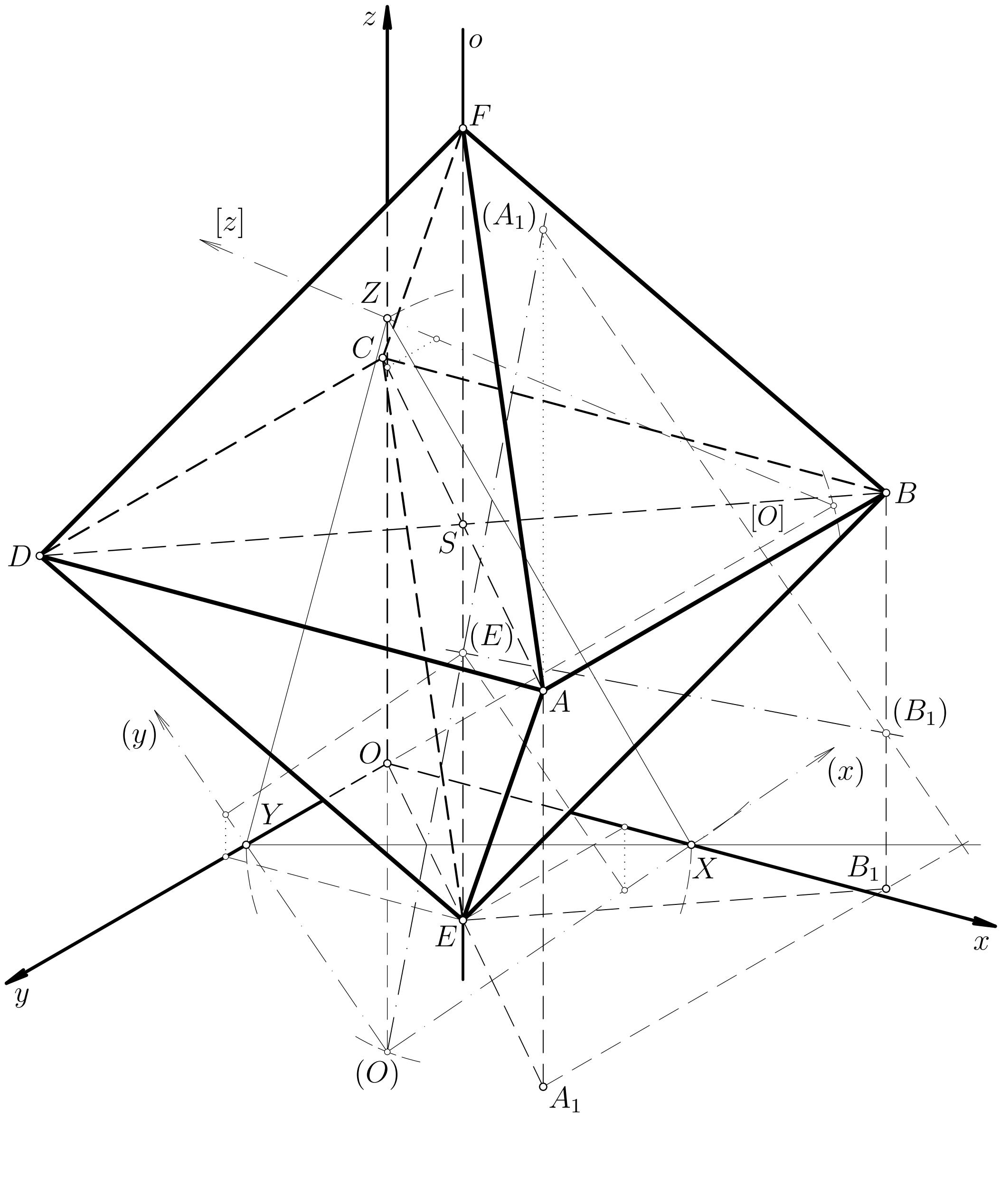
z
[z]
Z
m^τ
w
v
M
N
V
[O]
n^τ
p^τ
W
T
P
$W_1{=}N_1$
O
(y)
$V_1{=}S$
M_1
(x)
Y
X
x
k
y
(M_1)
$v_1{=}w_1$
(S)
(v_1)
(O)
(N_1)
(T)
(p^τ)

obr. 4.20

Příklad 4.21: V pravoúhlé axonometrii $|\sphericalangle(x,z)|=105°$, $|\sphericalangle(y,z)|=120°$ zobrazte pravidelný osmistěn $ABCDEF$ daný úhlopříčkou EF, mají-li úhlopříčky AC a BD od osy x odchylku $45°$.

$E[4;4;0], F[4;4;12]$

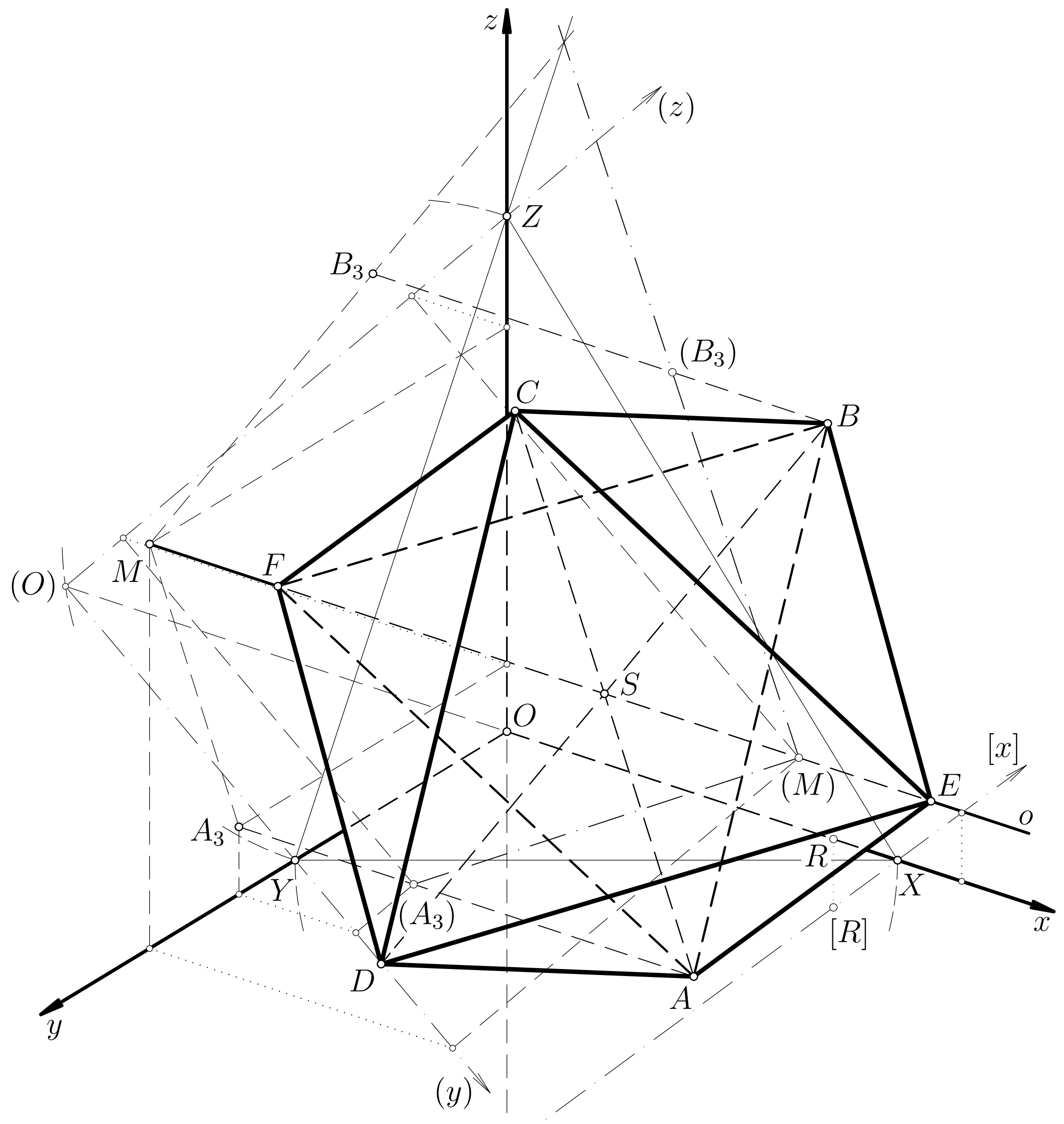
Řešení (obr. 4.21): Úhlopříčky pravidelného osmistěnu jsou stejně velké, na sebe kolmé a půlí se. Vrcholy A, B, C, D osmistěnu jsou vrcholy čtverce $ABCD$ v rovině kolmé k přímce EF jdoucí jejím středem S. Rovina tohoto čtverce je rovnoběžná s π ($EF \parallel z$), proto je axonometrický průmět čtverce $ABCD$ shodný s jeho axonometrickým půdorysem $A_1B_1C_1D_1$. V otočení půdorysny kolem její axonometrické stopy (tu zvolíme) do průmětny sestrojíme body $(A_1), (B_1)$. Ze souřadnic bodu E vyplývá, že bod A_1 leží na přímce OE; jeho otočená poloha (A_1) je tedy na přímce $(O)(E)$. $|(A_1)(E)| = 6 = |(B_1)(E)|$. $(B_1)(E) \perp (A_1)(E)$.



obr. 4.21

Příklad 4.22: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(8; 9; 10)$ zobrazte pravidelný osmistěn $ABCDEF$ daný vrcholem A a osou o, která prochází bodem M rovnoběžně s osou x.
$A[7{,}5; 6; 1], M[0; 8; 6]$

Řešení (obr. 4.22): Řezem osmistěnu rovinou jdoucí bodem A kolmo k přímce o je čtverec $ABCD$, jehož střed S leží na ose o. $o \parallel x$, tedy čtverec $ABCD$ leží v rovině rovnoběžné s bokorysnou μ a jeho axonometrický průmět je shodný s bokorysem $A_3B_3C_3D_3$. Ten sestrojíme pomocí otočení roviny μ kolem její stopy YZ do průmětny. V obrázku jsou vyznačeny pouze otočené body $(A_3), (B_3), (M)$ a A_3, B_3. Posunutím o vektor $\overrightarrow{A_3A}$ dostaneme body S, B a středovou souměrností podle S vrcholy C, D. Vrcholy E, F leží na ose o. $|ES| = |FS| = |OR|$, $R \in x$; $|[O][R]| = |(M)(A_3)|$, protože $EF \parallel x$.

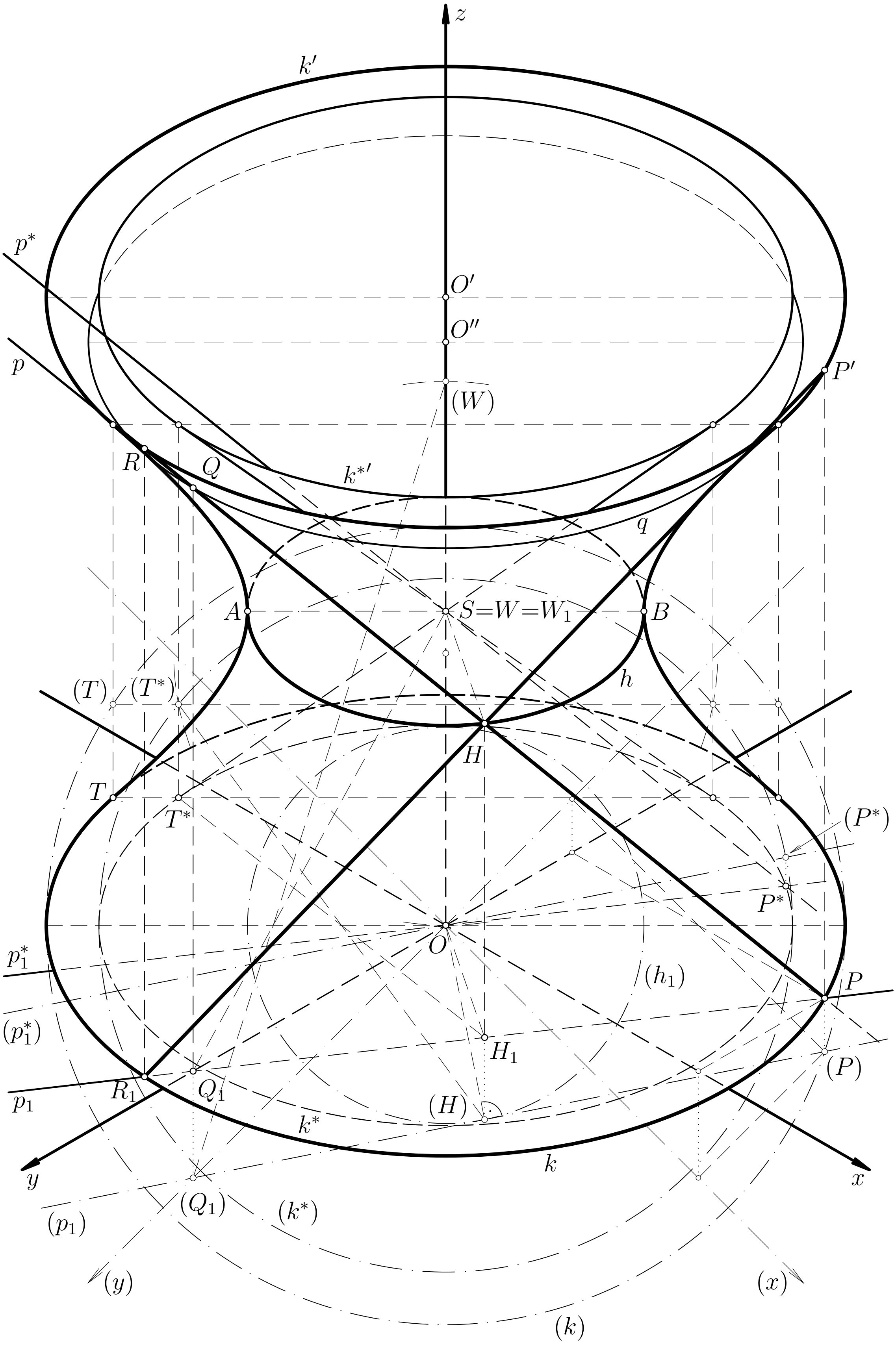


obr. 4.22

Příklad 4.23: V izometrii zobrazte plochu, kterou vytvoří přímka $p = PQ$ otáčením kolem osy z. Uvažujte její část mezi půdorysnou π a rovinou π' souměrnou s π podle středu plochy.

$P[6; -3; 0], Q[0; 6; 12]$

Řešení (obr. 4.23): Přímka p je mimoběžná s osou rotace z, vytvoří tedy otáčením rotační jednodílný hyperboloid s osou z, jehož střed S je středem hrdelní kružnice h. Tu vytvoří bod $H \in p$ s nejmenší vzdáleností od osy z a její půdorys h_1 se dotýká přímky p_1 v bodě H_1. Bod H_1 sestrojíme v otočení půdorysny kolem její hlavní přímky procházející počátkem do roviny rovnoběžné s průmětnou. Otočené osy $(x), (y)$ mají od osy otáčení odchylku $45°$ (izomerie). $(H_1) \in (p_1)$, $(O)(H_1) \perp (p_1)$, $HS \parallel H_1O$. Zdánlivým obrysem hyperboloidu v tomto případě je hyperbola se středem S s vrcholy A, B v hlavních vrcholech průmětu hrdla h, která se dotýká průmětů všech rovnoběžek a tvořicích přímek plochy. Její asymptoty jsou obrysové přímky asymptotické kuželové plochy, kterou vytvoří rotací kolem osy z přímka p^* vedená bodem S rovnoběžně s přímkou p.

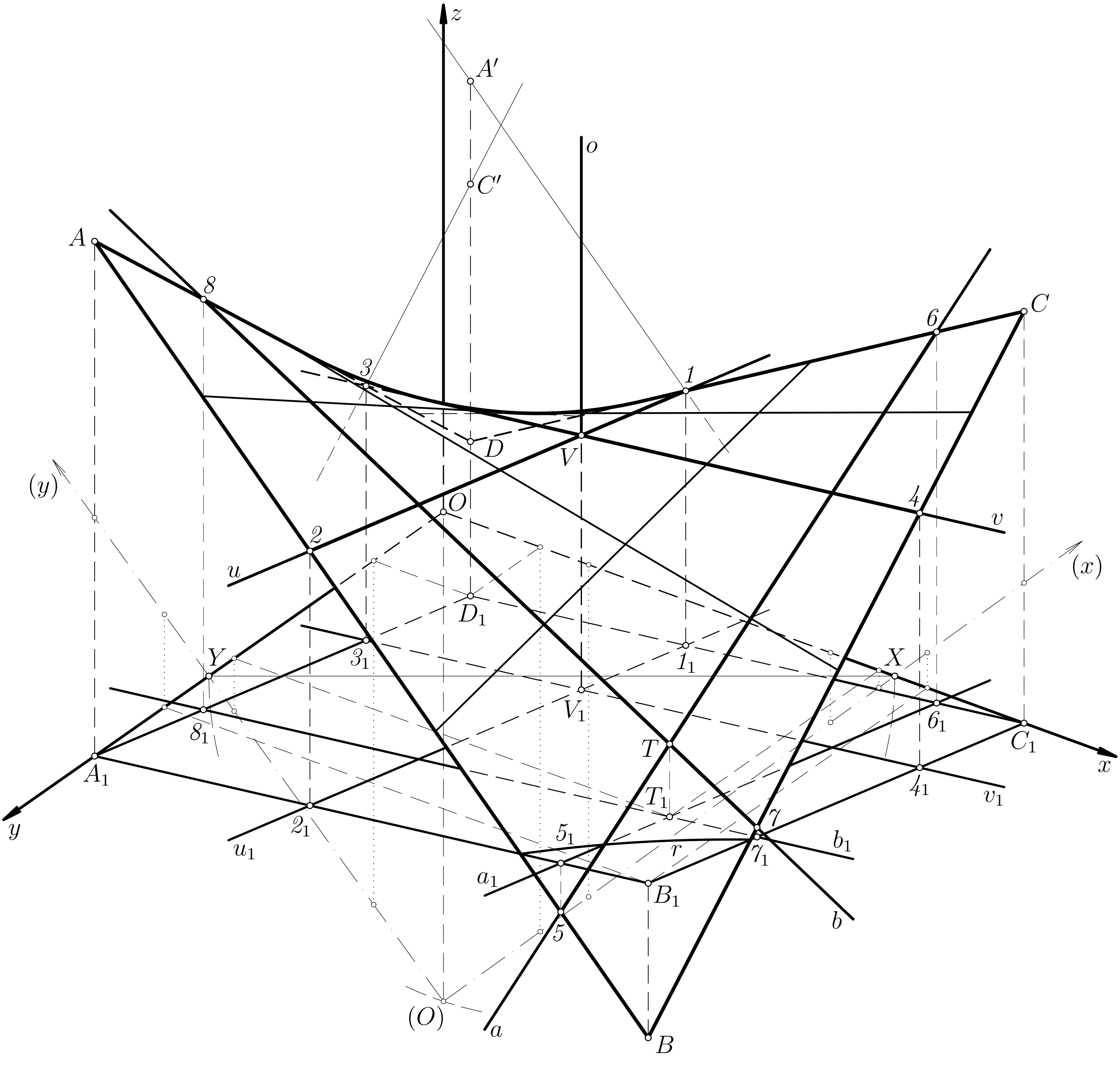

z
k′
p*
p
O′
O″
P′
(W)
R
Q
k*′
q
A
S=W=W1
B
h
(T)
(T*)
H
T
T*
(P*)
P*
O
p1*
(p1*)
(h1)
P
H1
(P)
R1
Q1
p1
(H)
k*
k
y
x
(Q1)
(p1)
(k*)
(y)
(x)
(k)

obr. 4.23

Příklad 4.24: V pravoúhlé axonometrii $|\sphericalangle(x,z)|$=110°, $|\sphericalangle(y,z)|$=125° je dán hyperbolický paraboloid zborceným čtyřúhelníkem $ABCD$. Sestrojte jeho tvořicí přímky obou regulů, osu, vrchol a tečnou rovinu v bodě T.

$A[0;10;10], B[10;8;-3], C[12;0;8], D[2;2;3], T[9;6;?]$

Řešení (obr. 4.24): Protější strany zborceného čtyřúhelníka patří jednomu regulu tvořicích přímek hyperbolického paraboloidu a určují zaměření jeho řídicích rovin. Řídicí roviny jsou kolmé k půdorysně π, neboť $A_1B_1C_1D_1$ je rovnoběžník. Tvořící přímky spojují odpovídající si body, které v nějakém poměru rozdělují protější strany zborceného čtyřúhelníka. Osa o plochy je kolmá k π (je rovnoběžná s oběma řídicími rovinami) a prochází vrcholem V paraboloidu. Vrchol V je průsečíkem vrcholových přímek u, v vrcholové roviny, která je kolmá k ose o. $u \parallel \pi$, $v \parallel \pi$, u je příčka mimoběžek AB, CD rovnoběžná s A_1D_1, v je příčka mimoběžek AD, BC rovnoběžná s A_1B_1. Pro sestrojení přímky u posuneme AB směrem A_1D_1 do roviny CDC_1; $AA' \parallel A_1D_1$, $A' \in DD_1$, $A'\mathit{1} \parallel AB$, $\mathit{1} \in CD$, $\mathit{1} \in u$, $u \parallel A_1D_1$. Podobně pro přímku v posuneme BC směrem A_1B_1 do roviny ADD_1; $CC' \parallel A_1B_1$, $C' \in DD_1$, $C'\mathit{3} \parallel BC$, $\mathit{3} \in AD$, $\mathit{3} \in v$, $v \parallel A_1B_1$. Tečná rovina v bodě T je určena přímkami a, b opačných regulů, které bodem Tprocházejí. $T_1 \in a_1$, $a_1 \parallel B_1C_1$, $a \cap AB = \mathit{5}$, $a \cap CD = \mathit{6}$; $T \in a$. $T_1 \in b_1$, $b_1 \parallel A_1B_1$, $b \cap BC = \mathit{7}$, $b = \mathit{7}T$, $(b \cap AD = \mathit{8})$.

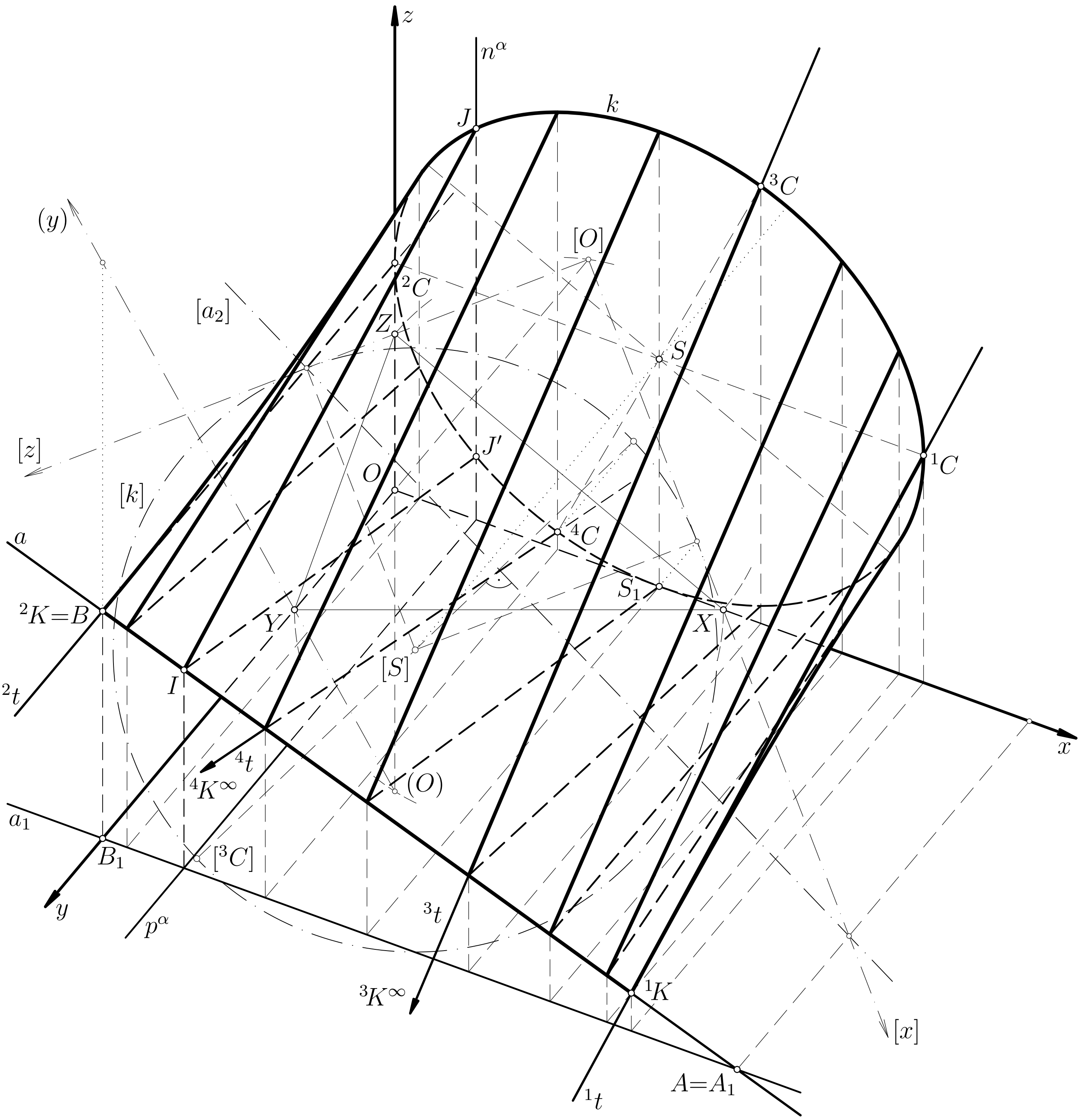

z
A′
C′
o
A
8
3
1
6
C
D
V
(y)
O
4
v
2
u
(x)
D1
Y
31
11
X
V1
61
81
T
C1
x
A1
T1
41
v1
y
7
21
51
b1
u1
r
71
a1
B1
b
5
(O)
a
B

obr. 4.24

Příklad 4.25: Řídicími útvary zborcené plochy jsou přímka $a = AB$, kružnice $k(S,r)$ v ν a nevlastní přímka roviny $\mu = yz$. Určete název plochy a sestrojte její tvořicí přímky včetně přímek torzálních. Zobrazte v pravoúhlé axonometrii dané osovým křížem: $|\sphericalangle(x,z)|$=110°, $|\sphericalangle(y,z)|$=140°.

$A[12;10;0], B[0;10;5], S[5;0;5], r = 5$

Řešení (obr. 4.25): Zadanou plochou je šikmý kruhový konoid, neboť řídicí přímka a není kolmá k řídicí rovině μ. Tvořící přímky sestrojíme v rovinách rovnoběžných s řídicí rovinou μ. Zvolená rovina $\alpha \parallel \mu$ protne přímku a v bodě I a kružnici k v bodech J, J' Přímky IJ, IJ' jsou tvořicí přímky plochy. Podobně sestrojíme ostatní. Krajní polohy těchto rovin (mají s kružnicí k společný pouze bod ${}^1C$, resp. ${}^2C$) jsou torzálními rovinami a v nich tvořicí přímky ${}^1t$, resp. ${}^2t$ jsou torzálními přímkami plochy. Jejich kuspidální body ${}^1K$, ${}^2K$ leží na řídicí přímce a. Další dvě torzální přímky ${}^3t$, ${}^4t$ leží v rovinách procházejících přímkou a, které mají s kružnicí k společný pouze bod ${}^3C$, resp. ${}^4C$. Jejich kuspidální body ${}^3K^\infty$, ${}^4K^\infty$ jsou nevlastní. (Zdůvodněte).

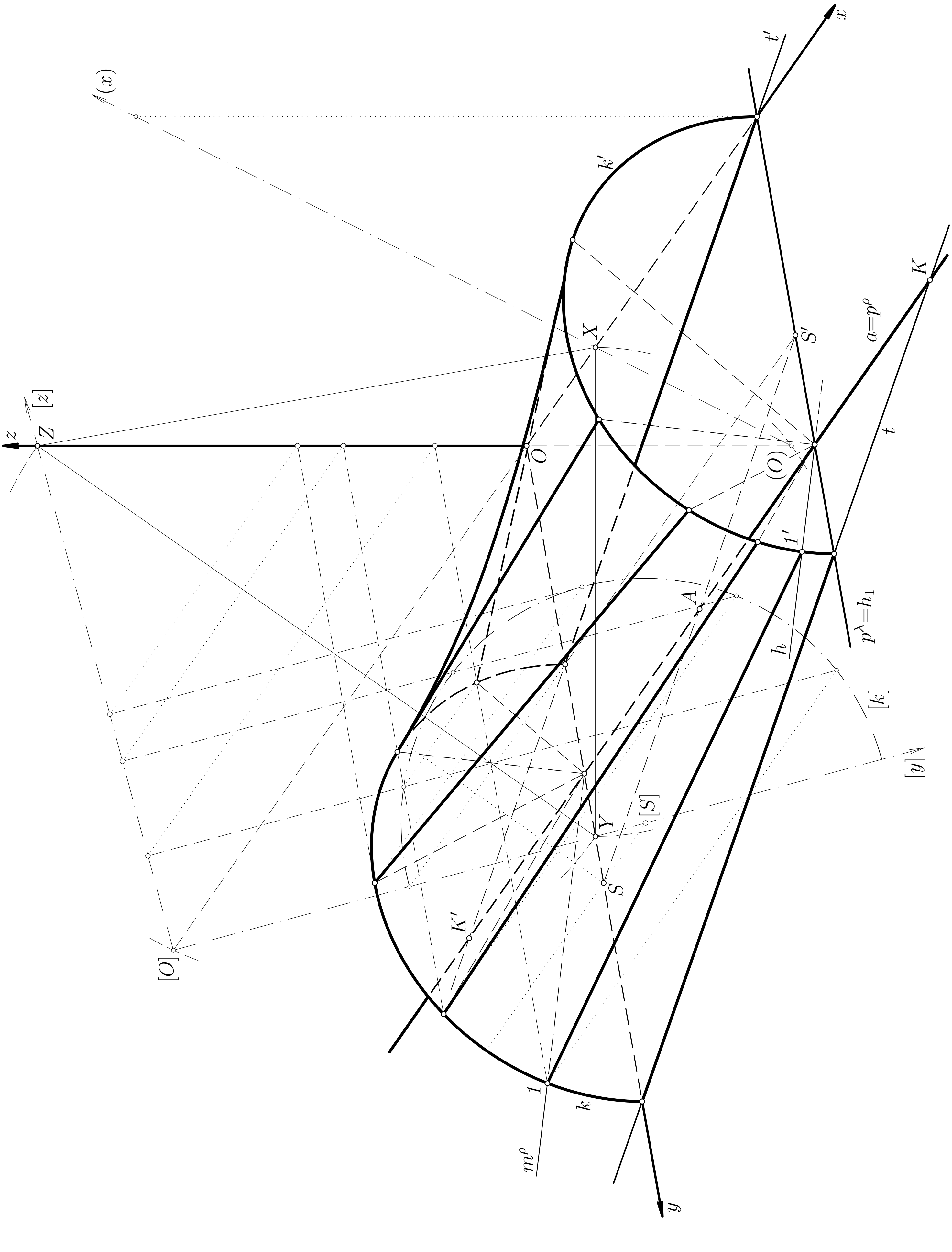

z
n^α
J
k
^3C
(y)
[O]
$[a_2]$
^2C
Z
S
[z]
J'
^1C
O
[k]
^4C
a
S_1
$^2K{=}B$
Y
X
I
[S]
^2t
^4t
$^4K^\infty$
(O)
x
a_1
B_1
$[^3C]$
y
p^α
^3t
$^3K^\infty$
^1K
[x]
$A{=}A_1$
^1t

obr. 4.25

Příklad 4.26: Řídicími křivkami zborcené plochy jsou půlkružnice $k(S,r)$, $k \subset \mu$, $k'(S',r)$, $k' \subset \lambda$, $\lambda \parallel \mu$ nad π a přímka a jdoucí bodem A kolmo k μ. Určete název plochy a sestrojte její tvořicí přímky v těch bodech kružnice k, které mají kóty $0, 2, 4$ a 5. Proveďte v pravoúhlé axonometrii $|\sphericalangle(x,z)|{=}125°$, $|\sphericalangle(y,z)|{=}135°$.

$S[0;10;0], S'[15;5;0], r = 5,$ A je střed úsečky SS'

Řešení (obr. 4.26): Jedná se o plochu šikmého průchodu. Tvořicí přímky získáme v rovinách, které procházejí přímkou a a zadanými body na kružnici k. Rovina $\rho = a1$ protne rovinu λ v přímce $h \parallel m^\rho$ a půlkružnici k' v bodě $1'$. $11'$ je tvořicí přímkou plochy. Analogicky sestrojíme ostatní tvořicí přímky. Přímky t, t' v π jsou torzální přímky a mají kuspidální body K, K' na řídicí přímce a.

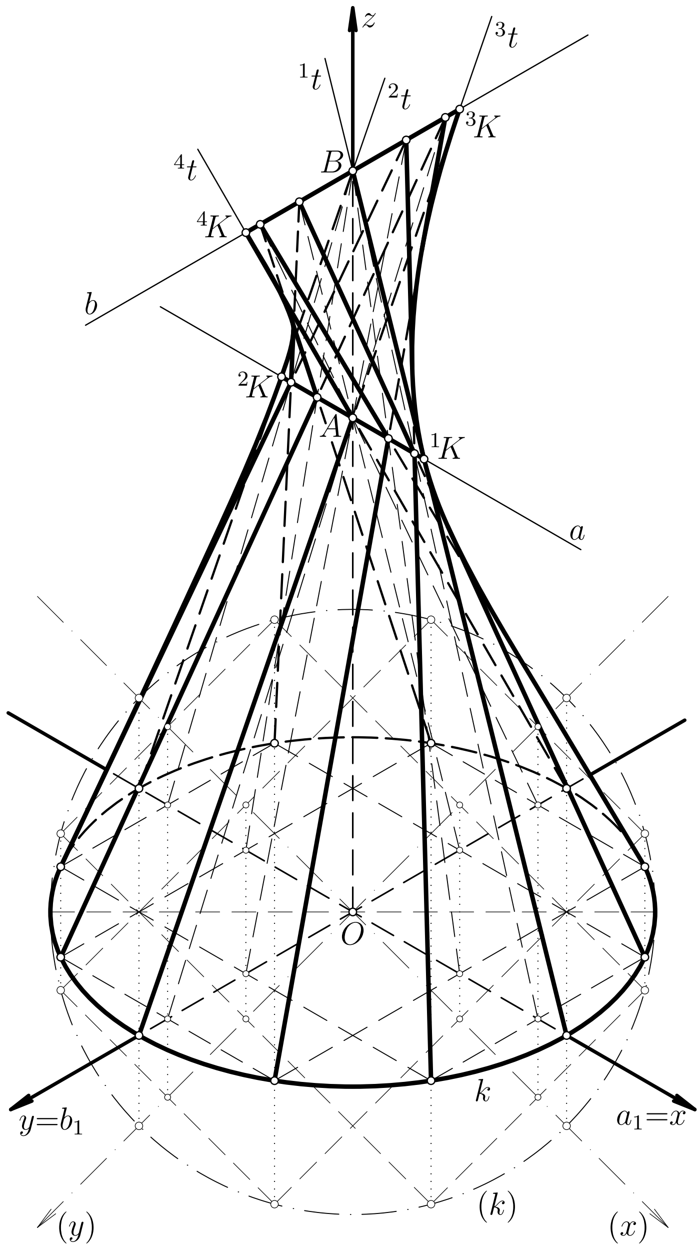


obr. 4.26

Příklad 4.27: Řídicími křivkami zborcené plochy jsou přímky a, b a kružnice $k(O, r)$ v π. Přímka a prochází bodem A rovnoběžně s osou x, přímka b prochází bodem B rovnoběžně s osou y. Určete název plochy a sestrojte její tvořicí přímky včetně přímek torzálních. Zobrazte v pravoúhlé izometrii.

$A[0; 0; 8], B[0; 0; 12], O[0; 0; 0], r = 4$

Řešení (obr. 4.27): Přímky a, b jsou kolmé mimoběžky rovnoběžné s π, střed O kružnice k leží na jejich ose, jedná se tedy o plochu Štramberské trúby. Tvořicí přímky získáme v rovinách, které procházejí přímkami a, resp. b a protínají kružnici k. Krajní polohy těchto rovin (mají s kružnicí k společný pouze bod) jsou torzálními rovinami a v nich tvořicí přímky jsou torzálními přímkami plochy. Torzální přímky ${}^1t$, ${}^2t$ leží v rovinách obsahujících přímku b a mají kuspidální body ${}^1K$, ${}^2K$ na přímce a. Torzální přímky ${}^3t$, ${}^4t$ leží v rovinách proložených přímkou a a mají kuspidální body ${}^3K$, ${}^4K$ na přímce b.

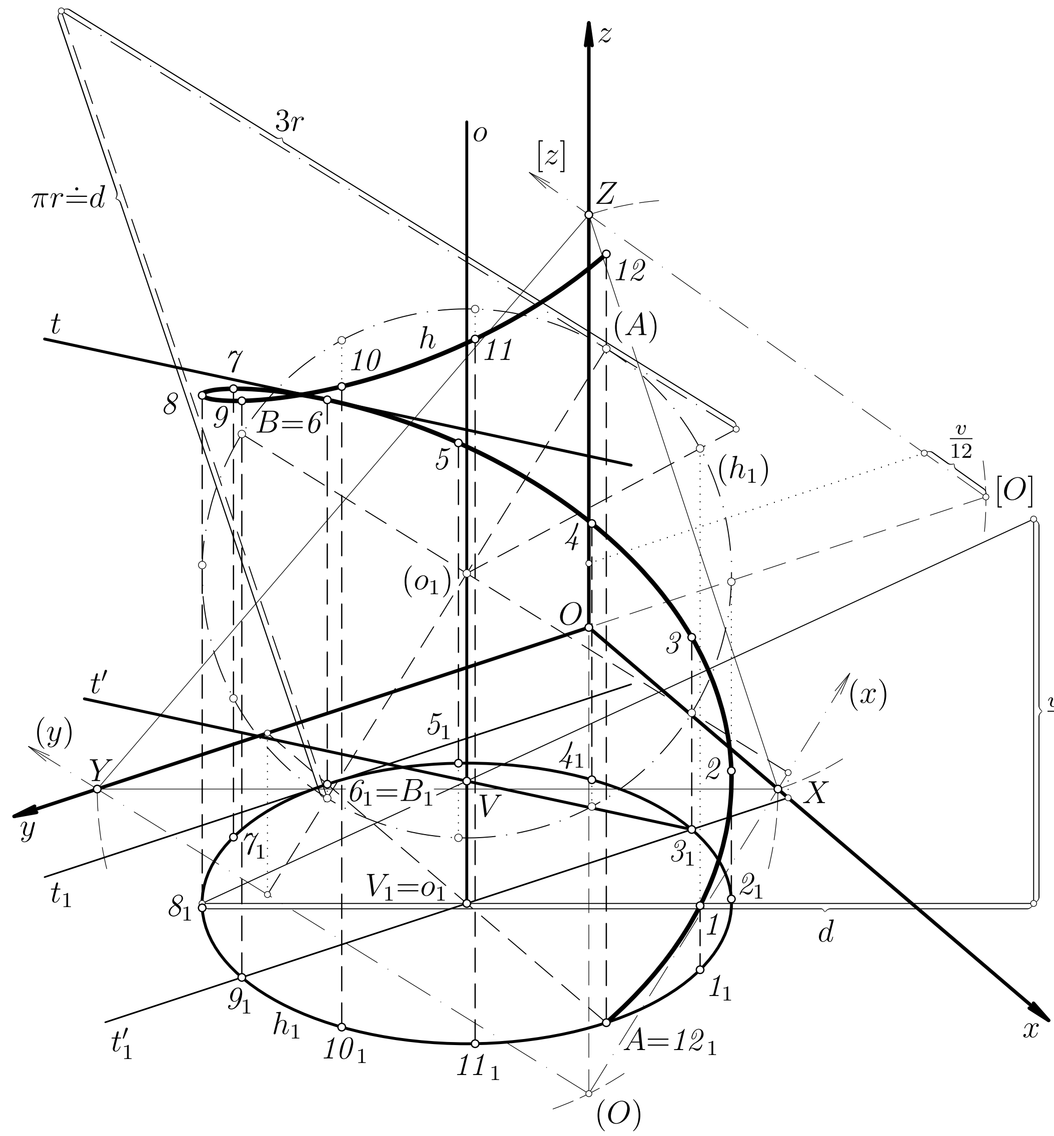


obr. 4.27

Příklad 4.28: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(9;10;8)$ zobrazte jeden závit pravotočivé šroubovice, kterou vytvoří bod A při šroubovém pohybu s osou o kolmou k půdorysně a výšce závitu v. V bodě B šroubovice sestrojte její tečnu.

$A[8{,}5;5;0], o_1[5;5;0], v=12, B[?;?;6]$

Řešení (obr. 4.28): Průmět šroubovice sestrojíme bodově. Axonometrické půdorysy $1_1, 2_1, \ldots$ bodů šroubovice h na jejím axonometrickém půdorysu h_1 získáme pomocí afinity z bodů (1_1), $(2_1), \ldots$, které rozdělují otočenou kružnici (h_1) od bodu (A) na 12 stejných dílů. Vynesením příslušných násobků výšky závitu $v/12, 2v/12, \ldots$ na ordinály bodů $1_1, 2_1, \ldots$ (ve zkrácení) dostaneme axonometrické průměty bodů $1, 2, \ldots$ šroubovice h. Pro konstrukci tečny šroubovice v jejím bodě B, který je bodem 6, využijeme řídicí kuželovou plochu tečen šroubovice, jejíž vrchol V je ve výšce v_0 nad půdorysnou π. Redukovanou výšku závitu v_0 určíme konstruktivně z úměry $r/v_0 = \pi r/(v/2)$, v axonometrii $r/v_0^a = \pi r/(v^a/2)$. Velikost πr získáme Kochaňskiho rektifikací (je vyznačena v obrázku). $t \parallel t'$, t' je povrchovou přímkou řídicí kuželové plochy, $B_1 \in t_1$, t_1 je tečnou h_1, $t_1' \parallel t_1$, $V_1 \in t_1'$, $t' = V3_1$, 3_1 je půdorysný stopník přímky t'. $B \in t$.

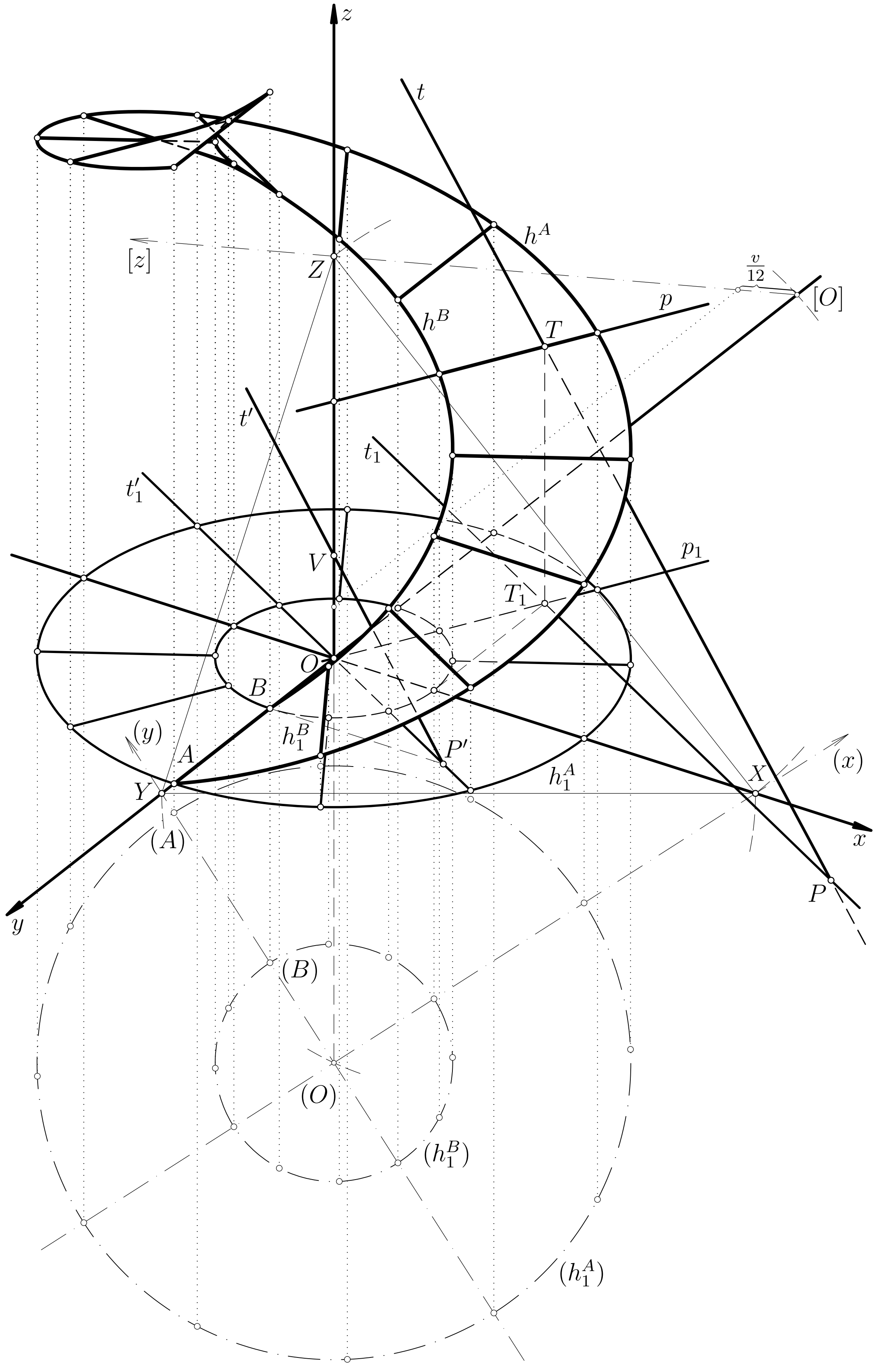


obr. 4.28

Příklad 4.29: V pravoúhlé axonometrii $\triangle(10; 9{,}5; 11{,}5)$ zobrazte jeden závit pravotočivé schodové plochy, kterou vytvoří úsečka AB šroubovým pohybem s osou $o = z$ a výškou v závitu. V bodě T plochy sestrojte její tečnou rovinu.

$A[0; 5; 0], B[0; 2; 0], v = 12, T[2; ?; 5]$

Řešení (obr. 4.29): Zobrazíme šroubovice h^A, h^B bodů A, B (viz příklad 4.28). Plocha je pravoúhlá uzavřená, takže tvořicí úsečky jsou rovnoběžné s půdorysnou a jejich půdorysy leží na přímkách procházejících počátkem O (půdorysem osy z). Bod T leží na přímce p, která obsahuje pátou tvořicí úsečku ($z_T = \frac{5}{12}v$). Tečná rovina τ v bodě T je určena tvořicí přímkou p a tečnou t v bodě T ke šroubovici bodu T (konstrukce viz příklad 4.28).

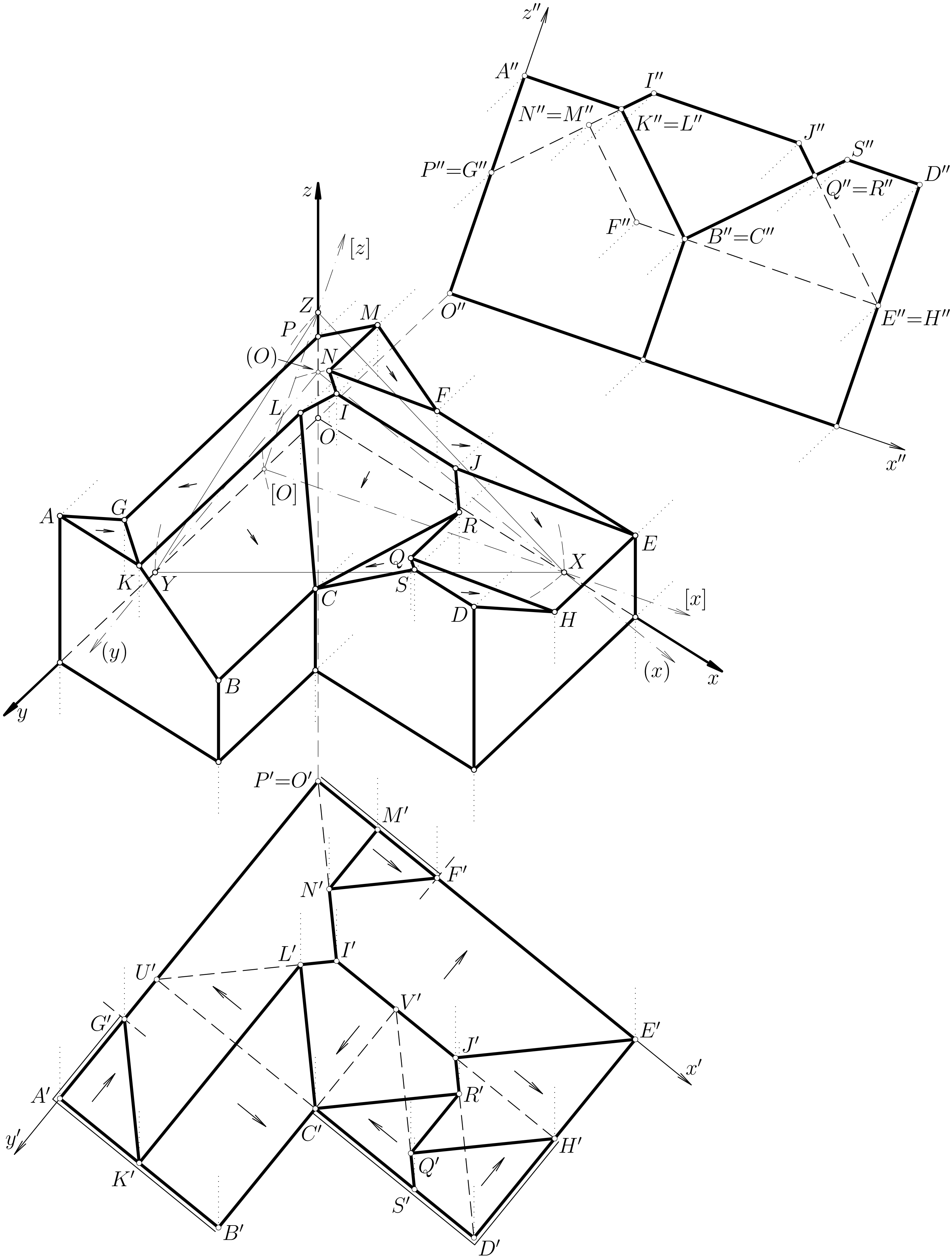

z
t
h^A
$[z]$
Z
$\frac{v}{12}$
$[O]$
p
h^B
T
t'
t_1
t_1'
V
p_1
T_1
O
B
(y)
A
h_1^B
P'
(x)
Y
h_1^A
X
(A)
x
P
y
(B)
(O)
(h_1^B)
(h_1^A)

obr. 4.29

Příklad 4.30: Zářezovou metodou zobrazte v pravoúhlé axonometrii $\triangle(8;6;7)$ střechu nad daným půdorysem $OA_1B_1C_1D_1E_1$. Okapy jsou ve výšce v, zakázané okapy jsou OF, rohy GAB a CDH. Střešní roviny mají spád 1 : 1. Souřadnice jsou uvedeny v metrech. Použijte měřítko 1 : 100.

$O[0;0], A_1[0;8], B_1[4;8], C_1[4;5], D_1[8;5], E_1[8;0],$
$F_1[3;0], G_1[0;6], H_1[8;2{,}5], v = 2{,}5$

Řešení (obr. 4.30): Sestrojíme vysunutý půdorys daného objektu, pravoúhelník $O'A'B'C'D'E'$ (jsou vyznačeny zakázané okapy) a v něm vyřešíme střechu. Doplníme vysunutý nárys objektu. Zpětným zasunutím vysunutého půdorysu i nárysu dostaneme axonometrii objektu. Šipky vyznačují spád střešních rovin (směr stékání vody).


z''
A''
I''
$N''{=}M''$
$K''{=}L''$
J''
S''
$P''{=}G''$
D''
$Q''{=}R''$
F''
$B''{=}C''$
O''
$E''{=}H''$
x''
z
$[z]$
Z
M
P
(O)
N
F
L
I
O
J
$[O]$
A
G
R
E
Q
X
K
Y
C
S
$[x]$
D
H
(y)
(x)
x
B
y
$P'{=}O'$
M'
F'
N'
L'
I'
U'
V'
G'
J'
E'
x'
A'
R'
y'
C'
H'
Q'
K'
S'
B'
D'

obr. 4.30

Příklady na procvičení

1. Sestrojte stopníky přímky $p = AB$. $\{\triangle(8;9;10),\ A[3;2;9],\ B[0;4;5]\}$

2. Najděte stopy roviny $\rho = ABC$. $\{\triangle(9;7;8),\ A[2;3;1{,}5],\ B[3;-1{,}5;3{,}5],\ C[-1;2;6{,}5]\}$

3. Sestrojte průnik trojúhelníka ABC s trojúhelníkem KLM. $\{\triangle(11;11;14),$
$A[-5;3;5],\ B[1;8;0{,}5],\ C[3;2;8],\ K[-3{,}5;7{,}5;1{,}5],\ L[5;4{,}5;4],\ M[-1{,}5;1{,}5;7{,}5]\}$

4. V rovině ρ veďte bodem A přímku rovnoběžnou s rovinou φ.
$\{\triangle(10;11;12),\ \rho(-6;3{,}5;6),\ A[1;1;?],\ \varphi(3;6;-7)\}$

5. Sestrojte příčku mimoběžek $a = MN$, $b = PQ$, která
   a) prochází počátkem soustavy souřadnic, b) je rovnoběžná s osou x.
$\{$izometrie, $M[0;4;1],\ N[5;0;7],\ P[1;2;0],\ Q[1;0;8]\}$

6. Zobrazte čtverec $ABCD$ ležící v půdorysně daný úhlopříčkou AC.
$\{\triangle(8;8;9),\ A[12;7;0],\ C[0;7;0]\}$

7. Zobrazte pravidelný šestiúhelník v půdorysně, který má střed S a jednu stranu na přímce $a = PM$. $\{\triangle(8;9;10),\ S[7;2{,}5;0],\ P[5;7;0],\ M[0;6{,}5;0]\}$

8. Zobrazte pravidelný šestiboký hranol výšky $v = 9$, jehož podstava o středu S a vrcholu A leží v nárysně. $\{\triangle(8;11;9),\ A[0,0,0],\ S[3{,}5;0;3]\}$

9. Zobrazte pravidelný osmistěn, jehož dva protilehlé vrcholy A, B leží na přímkách $a = MN$, $b = PQ$ a jehož dvě různoběžné hrany, na nichž neleží A, B, jsou rovnoběžné s půdorysnou a jejich průsečík má nejmenší možnou vzdálenost od nárysny.
$\{\triangle(12;14{,}5;13),\ M[2;4{,}5;2{,}5],\ N[8;0;7],\ P[4;11;0],\ Q[1;7;8]\}$

10. V izometrii zobrazte kruhový kužel stojící na půdorysně, jsou-li dány dvě jeho tečné roviny ρ a σ, poloměr r podstavy a výška v. $\{\rho(6;\infty;7),\ \sigma(3;6;11),\ r = 4,\ v = 6{,}5\}$

11. V izometrii zobrazte kruhový kužel stojící na půdorysně, jsou-li dány tři jeho tečné roviny α, β, τ. $\{\alpha(5;4;\infty),\ \beta(\infty;9;9),\ \tau(6;-10;\infty)\}$

12. Zobrazte rotační kužel dotýkající se roviny τ, jehož podstava o středu S leží v půdorysně. Bodem K na plášti kužele veďte povrchovou kružnici a tečnou rovinu kužele.
$\{\triangle(10;8;10),\ S[1;0;0],\ \tau(7;10;12),\ K[1;3;?]\}$

13. Zobrazte rotační kužel výšky v s podstavou o středu S a poloměru r v půdorysně. V bodě T na plášti kužele sestrojte tečnou rovinu kužele.
$\{\triangle(10;10;8),\ S[5;5;0],\ r = 4{,}5,\ v = 11,\ T[8;5;?]\}$

14. Kosý čtyřboký hranol má čtvercovou podstavu $ABCD$ o úhlopříčce AC v půdorysně a boční hranu AA'. Protněte ho rovinou $\rho = MNP$.
$\{\triangle(8;7;9),\ A[0;6;0],\ C[10;2;0],\ A'[3;3;7],\ M[0;6;7],\ N[10;0;0],\ P[0;-9;0]\}$

15. Pravidelný čtyřboký jehlan stojící na půdorysně daný vrcholem V a podstavným vrcholem A protněte rovinou ρ, která prochází přímkou $l = LM$ rovnoběžně s osou y. $\{\triangle(9;11;11{,}5),\ V[5;3;12],\ A[0;5;0],\ L[5;-3;2],\ M[0;5;6]\}$

16. Pravidelný pětiboký jehlan o vrcholu V stojící na půdorysně s podstavou $ABCDE$ danou vrcholem A protněte rovinou ρ, která prochází středem výšky jehlanu rovnoběžně s přímkami AV, CD. $\{$izometrie, $V[-0{,}5;4{,}5;5],\ A[3;6;0]\}$

17. Pravidelný šestiboký hranol stojící na půdorysně má podstavu danou středem S a vrcholem A. Výška hranolu je v. Protněte ho rovinou $\rho = MNP$. $\{|\sphericalangle(x,z)| = 105^\circ,$ $|\sphericalangle(y,z)| = 120^\circ,\ S[2;4;0],\ A[5;0;0],\ v = 10,\ P[10;0;0],\ N[0;0;6],\ M[0;6;5]\}$

18. Sestrojte řez kosého čtyřbokého jehlanu se čtvercovou podstavou o úhlopříčce AC v půdorysně a vrcholu V rovinou ρ.
$\{\triangle(8;7;9),\ A[6;0;0],\ C[2;8;0],\ V[5;3;7],\ \rho(\infty;10;3)\}$

19. Zobrazte těleso, které vznikne z rotačního válce s podstavou o středu S a poloměru r v nárysně seříznutím rovinou ρ. $\{\triangle(10;11;12),\ S[3;0;4],\ r=4,\ \rho(5;4;-9)\}$

20. Sestrojte řez rotačního válce s podstavou o středu S a poloměru r v půdorysně rovinou ρ. Výška válce je v. $\{\triangle(10;11;12),\ v=10,\ S[4{,}5;5;0],\ r=4{,}5,\ \rho(10;\infty;8)\}$

21. V rovině ρ najděte všechny body, které mají od přímky $o=KL$ vzdálenost r.
$\{\triangle(9;10;11),\ \rho(-6;3;6),\ K[6;0;4],\ L[6;10;4],\ r=4\}$

22. Sestrojte průnik přímky $m=PM$ s kosým šestibokým hranolem, jehož dolní podstava ležící v půdorysně je daná středem S a vrcholem A a horní podstava má vrchol v bodě A'.
$\{\triangle(10;11;12),\ P[2;9;0],\ M[9;2;9],\ S[7;6;0],\ A[4;7;0],\ A'[0;5;8]\}$

23. Kosý čtyřboký jehlan, který má čtvercovou podstavu o středu S a vrcholu A v půdorysně a vrchol V, protněte přímkou $m=MN$.
$\{\triangle(10;11;12),\ S[0;5;0],\ A[-4;4;0],\ V[1;4{,}5;8],\ M[0;10;7],\ N[3;0;1]\}$

24. Na přímce $p=KL$ najděte body, které mají od přímky $o=MN$ vzdálenost r.
$\{|\sphericalangle(x,z)|=120^\circ,\ |\sphericalangle(y,z)|=105^\circ,\ K[10;4;6],\ L[2;7;4],\ M[5;-2;5],\ N[5;7;5],\ r=4{,}5\}$

25. Na přímce $m=LM$ určete bod K tak, aby přímka VK měla od půdorysny odchylku α.
$\{\triangle(10;11;12),\ L[9;6;2],\ M[0;5;2],\ V[4;3;7],\ \alpha=60^\circ\}$

26. Sestrojte průnik přímky $p=PN$ s kosým kruhovým kuželem o vrcholu V a podstavou o středu S a poloměru r v půdorysně.
$\{\triangle(8;9;9),\ S[0;2;0],\ V[-3{,}5;2;8],\ r=5,\ P[-1{,}5;11{,}5;0],\ N[0{,}5;-6;7]\}$

27. Kosý čtyřboký hranol se čtvercovou podstavou $ABCD$ v půdorysně a boční hranou AA' protněte přímkou $m=PM$.
$\{$izometrie, $A[4;0;0],\ C[0;4;0],\ A'[5;-2{,}5;5],\ P[8;0;0],\ M[-3;2;4]\}$

28. Kosý kruhový válec s podstavou o středu S a poloměru r v nárysně a se středem druhé podstavy v bodě S' protněte přímkou $p=PN$.
$\{|\sphericalangle(x,z)|=135^\circ,\ |\sphericalangle(y,z)|=105^\circ,\ S[5;0;5],\ S'[10;10;5],\ r=5,\ P[3;3;0],\ N[5;6;5]\}$

29. Kruhový kužel s podstavou o středu S a poloměru r v půdorysně a vrcholem V protněte přímkou $m=MN$.
$\{$izometrie, $S[2;2;0],\ r=5,\ V[4;6;12],\ M[2;6;2],\ N[2;0;5]\}$

30. Hyperbolický paraboloid je dán řídicími přímkami $a=AP$, $b=BN$ a řídicí rovinou $\nu=xz$. Sestrojte jeho tvořicí přímky (ještě aspoň tři z každého regulu), tečnou rovinu v jeho bodě T, osu a vrchol.
$\{$izometrie, $A[-2;0;4],\ P[-2;-7;0],\ B[5;7;0],\ N[5;0;9],\ T[4;2{,}5;?]\}$

31. Hyperbolický paraboloid je dán přímkami a, $b=MN$ a řídicí rovinou $\mu=yz$. Zobrazte jeho přímky obou regulů (aspoň ještě tři z každého regulu) a tečnou rovinu v bodě T.
$\{a=x,\ M[-4;5;5],\ N[4;0;5],\ T[0;?;5],\ |\sphericalangle(x,z)|=105^\circ,\ |\sphericalangle(y,z)|=135^\circ\}$

32. Hyperbolický paraboloid je dán zborceným čtyřúhelníkem $ABCD$. Sestrojte jeho tvořicí přímky obou regulů, osu, vrchol a stopy hlavních rovin.
$\{$izometrie, $A[7;6;0],\ B[10;0;7],\ C[3;0;0],\ D[0;6;9]\}$

33. Řídicími křivkami zborcené plochy jsou dvě půlkružnice k, k' nad půdorysnou, kružnice $k(S, r)$ leží v nárysně, kružnice $k'(S', r)$ v rovině rovnoběžné s nárysnou a přímka a jdoucí středem úsečky SS' kolmo k nárysně. Napište název plochy a sestrojte její tvořicí přímky v bodech, které rozdělují půlkružnici k na 6 shodných dílů.
{izometrie, $S[4; 0; 0]$, $S'[0; 8; 0]$, $r = 5$}

34. Řídicími křivkami zborcené plochy jsou kružnice $k(S, r)$ v μ, přímka $a = AM$ a půdorysna π. Sestrojte tvořicí přímky plochy v rovinách rovnoběžných s π, které mají kóty $2, 4, 6, 8, 10$, a všechny torzální přímky plochy s jejich kuspidálními body.
$\{|\sphericalangle(x, z)| = 105°$, $|\sphericalangle(y, z)| = 120°$, $S[0; 7; 6]$, $r = 5$, $A[5; 5; 6]$, $M[0; 10; 13]\}$

35. Zborcená plocha je dána řídicí kružnicí $k(S, r)$ v bokorysně $\mu = yz$, řídicí přímkou $a = AB$ a řídicí rovinou $\nu = xz$ (nárysnou). Sestrojte tvořicí přímky plochy v bodech, které dělí úsečku AB na osm shodných dílů i v bodech A, B.
$\{|\sphericalangle(x, z)| = 135°$, $|\sphericalangle(y, z)| = 120°$, $S[0; 5; 5]$, $r = 5$, $A[10; 12; 0]$, $B[10; 0; 5]\}$

36. Řídicími křivkami zborcené plochy jsou půlkružnice $k(S, r)$ v polorovině $y = 0$, $z \geq z_S$, $k'(S', r')$ v polorovině $y = y_{S'}$, $z \geq z_{S'}$ a přímka $a = y$. Sestrojte tvořicí přímky plochy v rovinách $z = \kappa x$, $\kappa = 0, \pm\sqrt{3}, \pm 1, \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$, a najděte torzální přímky s kuspidálními body. Uvažujte část plochy mezi rovinami řídicích kružnic.
{izometrie, $S[0; 0; -2]$, $r = 8$, $S'[0; 8; 0]$, $r' = 5$}

37. Hrana vratu pravotočivé rozvinutelné plochy šroubové prochází bodem A, má osu o kolmou k půdorysně a výšku závitu v. Zobrazte tu část plochy včetně tvořicích přímek mezi hranou vratu a půdorysnou, která se nachází uvnitř souosé rotační válcové plochy o poloměru r v rozsahu $\frac{3}{4}v$. Osa o prochází bodem P.
$\{|\sphericalangle(x, z)| = 135°$, $|\sphericalangle(y, z)| = 105°$, $A[3; 6{,}5; 0]$, $v = 12$, $P[3; 4; 0]$, $r = 6\}$

38. Zobrazte jeden závit levotočivého šroubového konoidu vytvořeného úsečkou AB. Osa o šroubového pohybu splývá s osou z, výška závitu je v. V bodě T plochy sestrojte její tečnou rovinu.
$\{|\sphericalangle(x, z)| = 105°$, $|\sphericalangle(y, z)| = 135°$, $A[2; 0; 0]$, $B[6; 0; 0]$, $T[0; 4; v/3]$, $v = 12\}$

39. Zobrazte jeden závit pravoúhlé uzavřené přímkové šroubové plochy, kterou vytváří při pravotočivém šroubovém pohybu o ose $o = z$ a výšce závitu v úsečka AB. Zobrazte šroubovice bodů A, B a tvořicí úsečky plochy (12 poloh vyšroubované úsečky AB). V bodě T plochy sestrojte její tečnou rovinu. $\{\triangle(10; 9{,}5; 11{,}5)$, $v = 12$, $A[0; 5; 0]$, $B[0; 2; 0]$, $T[2; ?; 5]\}$

40. Zobrazte jeden a čtvrt závitu uzavřené šroubové plochy, kterou vytváří při levotočivém šroubovém pohybu o ose $o = z$ a výšce závitu v přímka OA. Sestrojte tečnou rovinu plochy v jejím bodě T. Uvažujte jen část plochy ohraničenou šroubovicí bodu A a osou o.
$\{|\sphericalangle(x, z)| = 105°$, $|\sphericalangle(y, z)| = 135°$, $O[0; 0; 0]$, $A[3; 5; 0]$, $T[-3; 2; ?]$, $v = 12\}$

41. Pomocí zářezové metody zobrazte zastřešený objekt výšky v nad daným půdorysem. Střešní roviny mají spád $1 : 1$, okap leží ve výšce v. Okapový mnohoúhelník je $ABCDEF$, zakázané okapy jsou AB a roh GDE. Kóty a souřadnice jsou uvedeny v metrech. Užijte měřítko 1 : 100. $\{\triangle(8; 6; 7)$, $Y[3{,}5; 15]$ – vzhledem k levému dolnímu rohu, $|(O)O'| = 8$ cm, $|[O]O''| = 6$ cm, $A[7; 0]$, $B[7; 3]$, $C[4; 3]$, $D[4; 7]$, $E[0; 7]$, $F[0; 0]$, $G[4; 5]$, $v = 3\}$

42. Zářezovou metodou zobrazte v pravoúhlé axonometrii $\triangle(8; 6; 7)$ střechu nad daným půdorysem. Okapový mnohoúhelník je $OABCDE$, zakázané okapy jsou BG a DE. Okapy jsou ve výšce v, střešní roviny mají spád $1 : 1$. Souřadnice jsou uvedeny v metrech. Použijte měřítko 1 : 100.
$\{O[0; 0]$, $A[0; 10]$, $B[10; 7{,}5]$, $C[3{,}5; 7{,}5]$, $D[3{,}5; 5]$, $E[0; 5]$, $G[6{,}5; 7{,}5]$, $v = 2{,}5\}$